COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 MAI 1893,

PRÉSIDENCE DE M. DE LACAZE-DUTHIERS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OPTIQUE. — *Études sur les réseaux diffringents. Anomalies focales;* Note de M. A. Cornu.

« 1. Les réseaux diffringents servent aujourd'hui presque exclusivement à la détermination précise des longueurs d'onde lumineuses : quelque parfaits que soient aujourd'hui ces appareils au point de vue de la définition des raies spectrales depuis les progrès réalisés par Rutherfurd et M. le prof. Rowland, ils présentent encore parfois diverses anomalies qui pourraient jeter quelques doutes sur la rigueur des principes optiques sur lesquels ils sont fondés. Il importe donc d'étudier en détail ces perturbations, d'en déterminer les lois et les causes, condition essentielle pour pouvoir en apprécier l'influence sur la précision des mesures, éliminer les erreurs qu'elles entraînent et perfectionner la construction ou l'usage des réseaux diffringents.

» Cette étude, un peu ingrate, m'a occupé souvent depuis l'époque déjà éloignée de mes premières observations sur les propriétés focales des réseaux ([1]) : j'ai été conduit à construire une machine traçant automatiquement des traits espacés suivant des lois déterminées, de manière à produire et amplifier à volonté les anomalies dont je voulais vérifier l'origine; au milieu des difficultés pratiques si nombreuses qui compliquent la construction des réseaux, j'ai cherché à démêler les causes systématiques de perturbations et à en dégager les éléments purement géométriques : les modifications successives apportées à cette machine, dont j'aurai bientôt l'occasion de donner une description succincte, m'ont suggéré quelques résultats intéressants à divers titres que je demanderai à l'Académie la permission de lui communiquer successivement : ce sont presque tous des énoncés de Cinématique ou de Géométrie d'où a disparu la trace des essais longs et laborieux qui leur ont donné naissance.

Anomalies focales.

» 2. Parmi les perturbations délicates auxquelles sont sujets des réseaux, d'ailleurs très parfaits comme définition des images spectrales, on doit signaler des erreurs systématiques dans la position du foyer de ces images, erreurs incompatibles avec la théorie du réseau régulier.

» L'ensemble des observations m'a conduit à attribuer ces anomalies à deux causes distinctes et purement géométriques :

» 1° Dans le cas des *réseaux plans*, à l'existence d'une faible courbure de la surface sur laquelle a été exécuté le tracé;

» 2° Dans le cas des *réseaux plans ou courbes*, à l'existence d'une variation régulière dans la distance des traits.

» Ces deux causes existent le plus souvent à la fois, ce qui rend assez complexes les lois du phénomène optique.

» *Courbure anomale de la surface.* — La difficulté d'obtenir une surface parfaitement plane explique l'existence de cette courbure généralement sphérique d'une manière approchée et le plus souvent convexe : lorsque la surface est irrégulière, les images spectrales sont défectueuses; les raies perdent toute netteté. Toutefois, quand la surface striée est assimilable à une portion de surface du second degré et offre un plan de symétrie parallèle aux traits, les images des raies spectrales peuvent être parfaitement

([1]) *Comptes rendus*, t. LXXX, p. 645; 1875. *Association française, Congrès de Nantes*, p. 376. *Revue scientifique*, n° 12, 18 septembre 1875.

nettes : l'astigmatisme inévitable peut même être corrigé suivant une méthode que j'ai indiquée ailleurs ([1]).

» Cette remarque montre que, dans la présente étude des propriétés focales des réseaux, on peut faire abstraction de la courbure de la surface dans le plan parallèle aux traits et ne considérer que la courbure normale à ces traits. Ce qui revient à supposer le réseau tracé sur une surface cylindrique dont les traits sont des génératrices : la surface striée est donc caractérisée simplement par son rayon de courbure R. Toutes les démonstrations, ramenées à la Géométrie plane, deviennent alors très simples.

» *Anomalie dans la distribution des traits. Loi représentative.* — La difficulté d'obtenir une équidistance rigoureuse des traits explique la variation continue de leur distance : on représentera donc cette distance s, comptée à partir d'un trait pris comme origine, par la formule ([2])

$$s = bt + ct^2,$$

la variable t (représentant par exemple le nombre de tours ou de fractions de tours de la vis de la machine à diviser) prenant les valeurs $1, 2, 3 \ldots n$. Le terme perturbateur ct^2 est positif ($c > 0$) si l'intervalle va en croissant dans le même sens que t; négatif ($c < 0$) dans le cas contraire.

» 3. *Interprétation cinématique de la loi admise. Paramètre caractéristique.* — Cette loi de progression de la distance des traits s'interprète par une image qui rend compte de la relation entre les coefficients b et c.

» Supposons que le réseau ait été tracé au moyen d'une vis tournant d'angles égaux δt, t croissant positivement : si l'on a $c = 0$ les traits sont équidistants et la vis offre un pas constant; le filet de la vis forme donc une hélice parfaite dont le développement sur un plan est une droite. Si l'on a $c > 0$ les traits sont de plus en plus espacés, pour $c < 0$ de plus en plus resserrés; la vis a donc un pas variable qui (si la vis était prolongée) finirait, dans un sens ou dans l'autre, suivant le signe de c, par devenir *nul* lorsque $\frac{ds}{dt} = 0$; ce qui aurait lieu à la distance $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, que nous désignerons plus loin par $-2P$; d'où l'on conclut aisément :

» *Lorsqu'un réseau présente dans la distance de ses traits une variation progressive représentée par la loi $s = bt + ct^2$, on peut le considérer comme tracé au moyen de la rotation d'une vis, dont le filet, développé sur un plan, serait un arc de parabole* ([3]), *l'axe de cette courbe étant parallèle à l'axe de la vis. La distance*

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. VII, p. 19.

([2]) Un terme en t^3 un peu notable introduirait des aberrations sensibles dans la formation des images focales; or, ces aberrations ne sont pas appréciables dans les réseaux considérés ici.

([3]) L'*hélice parabolique* est appliquée à la rayure des armes à feu.

du sommet de la parabole à l'origine, $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, *constitue un paramètre caractéristique de la vis et de tous les réseaux tracés avec cette vis, car il est indépendant du nombre de subdivisions du pas, c'est-à-dire de la distance moyenne des traits.*

» 4. *Relations qui régissent les anomalies focales.* — Nous allons démontrer ce résultat très important :

» *Les anomalies focales d'un réseau, dans le plan normal aux traits, sont entièrement définies par deux constantes linéaires : le rayon de courbure* R *de la surface et le paramètre* P *de la vis génératrice du tracé ; ces deux constantes sont liées aux données optiques et géométriques de l'expérience par deux équations très simples qu'on va établir comme il suit :*

» Soient (*fig.* 1) :

ρ, ρ' sont les distances respectives des points de convergence des faisceaux incident et diffracté au centre M du réseau ;

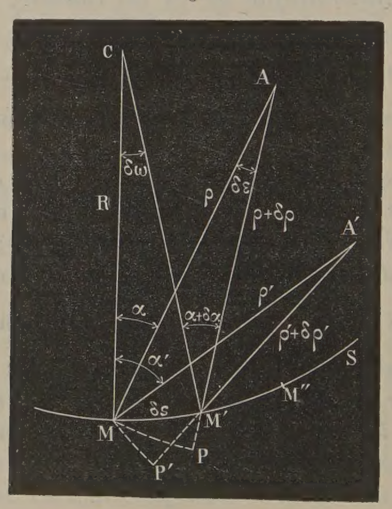
α, α' les angles respectifs des axes de ces faisceaux avec la normale au point d'incidence ;

R le rayon de courbure de la section droite MS du réseau ;

P le paramètre caractéristique de la loi de distribution des traits ;

e leur intervalle moyen.

Fig. 1.



» Considérons une onde cylindrique émanée d'un point A et rencontrant deux traits consécutifs M et M' du réseau ; la différence des chemins parcourus par la lumière est AM — AM' ou $\rho - (\rho + \delta\rho) = -d\rho$,

$$(1) \qquad -\delta\rho = \delta s \sin\alpha \qquad \text{avec} \qquad \rho\,\delta\varepsilon = \delta s \cos\alpha,$$

en appelant δs l'intervalle très petit du trait MM' correspondant à la variation δt dans

l'expression $s = bt + ct^2$ (s compté positivement dans le sens MS) et α l'angle MA'M'. Chacun des deux traits devenant le centre d'ondes diffractées, un point A' situé à l'intersection de ces deux ondes sera un point de concordance vibratoire si la différence des chemins M'P + M'P' est un nombre entier positif ou négatif de longueurs d'ondes; on aura donc

$$(2) \qquad \delta\rho + d\rho' = -m\lambda \quad \text{ou} \quad \delta s(\sin\alpha + \sin\alpha') = m\lambda,$$

la longueur d'onde étant, comme la distance des traits, traitée comme un infiniment petit.

» Si l'on considère un troisième trait M'' (défini par un nouvel accroissement constant δt de la variable t) comme associé au deuxième M', la condition de concordance sera la même sauf qu'il faudra changer t en $t + \delta t$, α en $\alpha + \delta\alpha$, α' en $\alpha' + \delta\alpha'$; mais $m\lambda$ comme δt restera constant; cela reviendra à égaler à zéro la différentielle de l'équation (2)

$$(3) \qquad \delta^2 s(\sin\alpha + \sin\alpha') + \delta s(\cos\alpha\,\delta\alpha + \cos\alpha'\,\delta\alpha') = 0.$$

» Or on a, en appelant $\delta\omega$, $\delta\varepsilon$, $\delta\varepsilon'$ les angles infiniment petits C, A et A'

$$(4) \qquad \begin{aligned} \delta\alpha &= \delta\omega - \delta\varepsilon \\ \delta\alpha' &= \delta\omega - \delta\varepsilon' \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \delta s = R\,\delta\omega \quad \text{et} \quad \begin{aligned} \rho\,\delta\varepsilon &= \delta s\cos\alpha \\ \rho'\,\delta\varepsilon' &= \delta s\cos\alpha' \end{aligned}.$$

» Éliminant $\delta\omega$, $\delta\varepsilon$, $\delta\varepsilon'$ et divisant (3) par δt^2, il vient

$$(5) \qquad \frac{\delta^2 s}{\delta t^2}(\sin\alpha + \sin\alpha') + \left(\frac{\delta s}{\delta t}\right)^2 \left[\frac{\cos^2\alpha'}{\rho} + \frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} - \frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{R}\right] = 0.$$

» Assimilant ces quotients de quantités très petites aux dérivées $\frac{d^2 s}{dt^2}$ et $\frac{ds}{dt}$, on en conclut les valeurs suivantes, qui se rapportent au *trait-milieu* du réseau ($t = 0$) qu'on prend comme origine

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = 2c, \qquad \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = b^2, \qquad \text{dont le quotient est} \qquad P = \frac{b^2}{2c}.$$

» Finalement l'équation (5) prend la forme symétrique

$$(6) \qquad \frac{\cos^2\alpha}{\rho} + \frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} = \frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{R} - \frac{\sin\alpha + \sin\alpha'}{P},$$

à laquelle il faut adjoindre l'équation (2) mise sous la forme

$$(7) \qquad e(\sin\alpha + \sin\alpha') = m\lambda \qquad \text{en posant} \qquad e = b\,\delta t,$$

e représentant, on le voit aisément, l'*intervalle moyen* des traits du réseau.

» Telles sont les relations qui régissent les anomalies focales.

5. *Discussion de ces formules. Courbes focales conjuguées.* — L'équation (6) établit la relation qui lie la distance focale $\rho' = MA'$ (*fig.* 1) d'une onde cylindrique de longueur d'onde λ, diffractée dans le spectre d'ordre m, lorsque la distance de la source est $\rho = MA$:

» 1° Cette équation étant symétrique en ρ et α d'une part et ρ' et α' de l'autre, les points A et A' sont de véritables foyers conjugués, on peut

donc intervertir leurs définitions et considérer A′ comme source et A comme foyer ou inversement;

» 2° Pour chaque position de la source ($\rho =$ const., $\alpha =$ const.), la position d'un foyer A′ est indéterminée d'après la seule équation (6); cette équation représente donc le lieu géométrique en coordonnées polaires (ρ', α') de toutes les positions que le foyer du faisceau diffracté, conjugué de la source peut occuper dans le plan de diffraction : c'est donc l'équation de la *courbe focale* correspondant à une position donnée de la source;

» 3° La *courbe focale* A′ ne passe pas en général par la source A; il y a donc une *famille de courbes focales* dont le paramètre est défini par la substitution des coordonnées (ρ, α) de la source dans l'équation (6);

» 4° Le lieu des positions A de la source qui correspondent à la même courbe focale A′ a évidemment pour équation

$$\frac{\cos^2\alpha}{\rho} - \frac{\cos\alpha}{R} + \frac{\sin\alpha}{P} = k; \tag{8}$$

mais alors l'équation de la courbe focale A′ est nécessairement

$$\frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} - \frac{\cos\alpha'}{R} + \frac{\sin\alpha'}{P} = -k, \tag{8 bis}$$

pour satisfaire à l'équation (6); elle ne diffère de la précédente que par le signe de la constante k.

» Ces deux familles de *courbes* sont donc *conjuguées*.

» 6. *Courbe focale principale*. — Le paramètre k peut prendre la valeur zéro : alors les deux courbes conjuguées correspondant à $k = 0$ coïncident; leur équation commune est

$$\frac{\cos\alpha}{\rho} - \frac{\cos\alpha}{R} + \frac{\sin\alpha}{P} = 0. \tag{9}$$

» Cette courbe jouit donc de la propriété de passer par tous les foyers et par la source; elle est *unique* pour le réseau donné et ne dépend que du rayon de courbure R et du paramètre P; on voit qu'elle est indépendante de la distance moyenne des traits.

» Je propose de l'appeler *courbe focale principale*.

» Elle affecte, suivant le rapport existant entre R et P, des formes très diverses, qui dérivent du type de la *cissoïde de Dioclès* à laquelle d'ailleurs elle se réduit lorsque la courbure du réseau devient nulle ($R = \infty$). On peut en effet mettre l'équation (9) sous les formes suivantes :

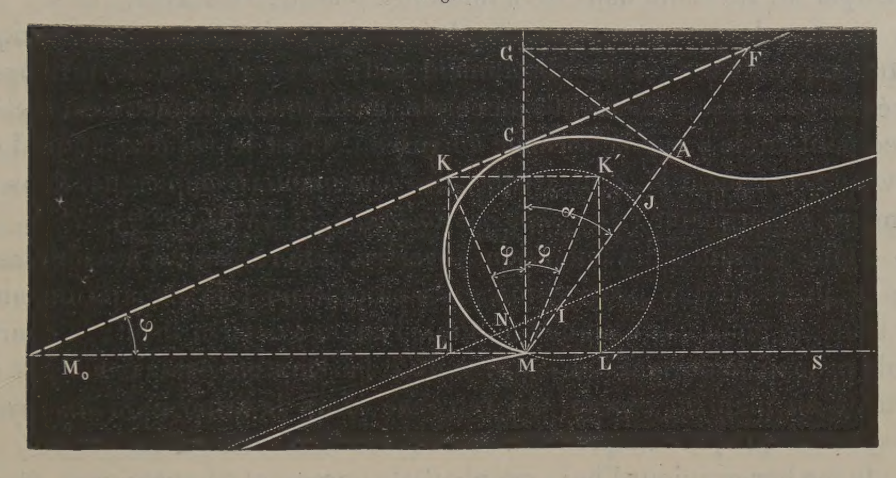
$$\rho = \frac{\cos^2\alpha}{\frac{\cos\alpha}{R} - \frac{\sin\alpha}{P}} = \frac{PR}{H}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos(\alpha + \varphi)} \tag{10}$$

en posant

$$R = H \sin\varphi, \qquad \text{d'où} \qquad \tan\varphi = \frac{R}{P},$$
$$P = H \cos\varphi, \qquad H^2 = P^2 + R^2,$$

qui conduit à une construction géométrique très simple (*fig.* 2).

Fig. 2.



» On vérifie aisément que cette équation peut s'écrire aussi

$$(11) \qquad \rho = R \cos\varphi \left[\frac{\sin^2\varphi}{\cos(\alpha + \varphi)} + \cos(\alpha - \varphi) \right].$$

» Cette forme démontre évidemment que le rayon vecteur ρ est, comme celui d'une cissoïde, la somme de deux autres, celui d'une droite et celui d'un cercle; ce qui permet un second mode de construction.

» Un point A quelconque s'obtient d'après l'équation (10), à l'aide de la droite M_0C qui joint le centre de courbure C du réseau au point M_0, tel que $MM_0 = P$: en abaissant sur le rayon vecteur MF de cette droite la perpendiculaire FG sur MG et la perpendiculaire GA sur MF. La courbe a pour asymptote la droite LN dirigée sur $\alpha = 90° - \varphi$ et distante de l'origine M de la quantité $MN = R \cos\varphi \sin\varphi$ qu'on obtient en abaissant les perpendiculaires MK sur M_0C, KL sur M_0M et LN sur MK.

» La seconde construction déduite de l'équation (11) s'obtient en portant sur le prolongement du rayon vecteur MJ du cercle construit sur MK′ comme diamètre le rayon vecteur MI de la droite LN asymptote déjà définie. Le cercle a pour diamètre $MK' = R \cos\varphi$, K′ étant le symétrique de K par rapport à MC, car il a pour équation $\rho = R \cos\varphi \cos(\alpha - \varphi)$.

» La figure correspond à $c < 0$, $P < 0$; les traits se resserrent vers la droite.

» 7. Cette seconde définition de la courbe focale principale conduit à

plusieurs vérifications immédiates en reproduisant comme cas particuliers des résultats déjà connus.

» Si l'on suppose le réseau de plus en plus parfait comme équidistance de traits, tout en conservant la même courbure, le point C reste fixe, mais le point M_0 s'éloigne vers l'infini ; l'angle φ devient de plus en plus petit ; à la limite, la courbe focale devient (outre une droite parasite MS) le cercle utilisé par M. Rowland dans ses admirables réseaux concaves.

» Si, dans le réseau concave, il subsiste une petite erreur systématique de tracé, l'angle φ n'est pas absolument nul ; la courbe focale principale se réduit encore sensiblement à un cercle, mais dont le diamètre est incliné de ce petit angle φ sur la normale au réseau. C'est le résultat auquel est parvenu récemment M. J.-R. Rydberg, d'une manière empirique, dans un Mémoire remarquable (*Académie de Stockholm*, t. XVIII, n° 9).

» Enfin, passant à des conditions inverses, si le réseau est sensiblement plan et présente une progression systématique notable dans la distance des traits, le point C s'éloigne à l'infini, l'angle φ devient droit ; la courbe focale principale devient une cissoïde dont l'asymptote passe par M_0 et est normale au plan du réseau. On retrouve alors la disposition des foyers des spectres que j'ai indiquée dans mes premières recherches.

» Je me borne aujourd'hui à ces résultats purement géométriques, réservant pour une Communication ultérieure la description des méthodes expérimentales permettant les vérifications numériques de ces lois. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la volatilisation de la silice et de la zircone et sur la réduction de ces composés par le charbon* ; par M. **Henri Moissan**.

« *Zircone*. — Lorsque l'on soumet la zircone à la haute température du four électrique, cet oxyde ne tarde pas à entrer en fusion. Après dix minutes d'expérience, en opérant avec un courant de 360 ampères et 70 volts, il se produit des fumées blanches très abondantes. Ces fumées sont formées par la vapeur de zircone, car à cette haute température, la zircone est en pleine ébullition. En condensant ces vapeurs sur un corps froid, on obtient une poussière blanche que l'on traite par l'acide chlorhydrique très étendu pour la débarrasser de la chaux qu'elle contient. Après lavage à l'eau distillée bouillante et dessiccation, il reste une poudre blanche qui, au microscope, se présente en masses blanches arrondies, ne présentant aucune parcelle transparente. Cette poudre fournit tous les caractères de la zircone. Elle raye le verre avec facilité et sa densité est de 5,10.

» On retrouve dans le creuset, après refroidissement, une masse de zircone fondue, présentant une cassure cristalline. Enfin, à l'intérieur du four, dans les parties moins chaudes, on rencontre parfois des cristaux caractéristiques de zircone; ils affectent la forme de dendrites transparentes, à éclat vitreux, rayant le verre et inattaquables par l'acide sulfurique.

» Cette zircone en fusion est réduite facilement par le charbon. Si l'on place une notable quantité de zircone dans un creuset de charbon, on retrouve en dessous de ce qui reste de zircone fondue un culot métallique de zirconium ne contenant ni carbone ni azote, mais renfermant des quantités variables de zircone.

» Au contraire, en mélangeant la zircone avec un excès de charbon, on obtient un corps d'aspect métallique, à cassure brillante, ne renfermant pas d'azote et qui, à l'analyse, nous a donné les chiffres suivants :

	1.	2.	3.
Carbone	4,22	4,60	5,10

» Lorsque le carbure de zirconium est plus riche en carbone, il se délite à l'air assez rapidement.

» Il suffit de fondre à nouveau ce carbure en présence d'un excès de zircone liquide pour l'affiner et obtenir le zirconium métallique. C'est un corps très dur rayant avec facilité le verre et le rubis. Sa densité a été trouvée égale à 4,25. Elle est donc très voisine de celle du zirconium de M. Troost, qui avait indiqué, comme densité de ce corps simple, 4,15. Les propriétés de ce métal ont été, du reste, très bien étudiées par notre confrère, et nous n'avons rien à ajouter à l'important Mémoire qu'il a publié sur ce sujet (1).

» *Silice*. — Les fragments de cristal de roche, placés dans un creuset de charbon, ont été soumis à l'action de l'arc électrique produit par un courant de 350 ampères et 70 volts. En quelques instants, la silice entre en fusion et, après sept ou huit minutes, l'ébullition commence.

» On voit alors sortir du four, par les ouvertures qui donnent passage aux électrodes, une fumée de couleur bleutée, plus légère que celle produite par la zircone. Tant que l'expérience se continue, ces vapeurs se dégagent en abondance. On peut les condenser en plaçant à quelque distance des orifices du four un cristallisoir retourné. L'intérieur de ce

---

(1) Troost, *Recherches sur le zirconium* (*Comptes rendus*, t. LXI, p. 109; 1865).

cristallisoir se recouvre rapidement d'une couche légère de substance peu transparente, d'un blanc légèrement bleuté. En reprenant par l'eau le contenu du cristallisoir, et en examinant ce résidu à la loupe ou au microscope avec un très faible grossissement, on voit qu'il est surtout formé de sphères opalescentes rapidement solubles dans l'acide fluorhydrique. Ces petites sphères de silice, visibles à l'œil nu, sont pleines; elles présentent quelquefois en un point une partie creuse semblant indiquer que la silice fondue a diminué de volume en passant de l'état liquide à l'état solide. En même temps que ces sphères, on rencontre de nombreuses parcelles de silice amorphe.

» Lorsque l'on veut recueillir une notable quantité de ce produit, il est mieux d'employer un four dont le couvercle porte une ouverture laissant passer la vapeur de silice. On dispose une cloche en verre ou un récipient métallique au-dessus de cette ouverture, et l'on peut obtenir ainsi, en dix ou quinze minutes, une vingtaine de grammes d'une poudre blanche très légère qui est purifiée de la chaux entraînée par un lavage à l'acide chlorhydrique étendu.

» La forme de la silice condensée dépend naturellement de la vitesse de refroidissement de sa vapeur. Le refroidissement ne doit pas être trop rapide si l'on veut obtenir de nombreuses sphérules de silice.

» Cette silice est très soluble dans l'acide fluorhydrique, elle s'y dissout à froid en produisant un léger bruissement. Elle est attaquée facilement par l'hydrate de potasse en fusion et par les carbonates alcalins.

» Sa densité est de 2,4; elle est donc un peu inférieure à celle du cristal de roche; enfin, ces petites sphères rayent le verre avec facilité.

» En étudiant le dépôt qui se forme dans les globes de verre où l'on fait jaillir l'arc électrique pour l'éclairage, nous avons retrouvé de petites sphères de silice identiques à celles que nous venons de décrire. C'est donc surtout à la volatilisation de la silice que les globes de verre des lampes à arc qui ont fonctionné pendant un certain temps, doivent leur opalescence. Cette silice provient des impuretés des charbons électriques.

» Nous ajouterons que la silice, à cette température, est réduite avec facilité par le charbon, et fournit un carbure de silicium cristallisé dont nous poursuivons l'étude.

» En résumé, la zircone et la silice fondent rapidement dans le four électrique et, après sept ou huit minutes d'expérience, elles entrent en ébullition et prennent l'état gazeux. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation au four électrique de quelques métaux réfractaires : tungstène, molybdène, vanadium;* par M. **Henri Moissan.**

« Nous indiquerons, dans cette Note, la préparation facile du tungstène et des carbures de molybdène et de vanadium, en attendant que l'étude que nous poursuivons sur ce sujet nous permette de présenter à l'Académie quelques propriétés nouvelles de ces métaux réfractaires.

» *Tungstène.* — On sait que le tungstène peut se préparer assez facilement sous forme de poudre par réduction de l'acide tungstique au rouge dans un courant d'hydrogène. La poudre métallique ainsi obtenue n'a pu être fondue jusqu'ici qu'avec une très grande difficulté. Desprez a réussi à fondre de petites quantités de tungstène dans l'arc électrique fourni par 600 éléments Bunsen et dans une atmosphère d'azote. M. Riche [1] a pu aussi fondre le tungstène dans l'arc produit par 200 éléments Bunsen. Dans la flamme du chalumeau oxhydrique, le tungstène s'oxyde avec rapidité et disparaît bientôt en donnant des fumées d'acide tungstique.

» La préparation du tungstène, soit carburé, soit pur, se fait avec une grande facilité au four électrique. Le mélange d'acide tungstique et de charbon est placé dans le creuset du four et, en dix minutes environ, avec un courant de 350 ampères et 70 volts, on obtient un culot métallique d'environ 120^{gr}. Si l'on a pris soin d'y ajouter un grand excès d'oxyde, on peut obtenir, dès la première expérience, le métal pur; mais il est préférable de préparer la première fois un métal légèrement carburé qui est beaucoup plus fusible et de le refondre dans une deuxième opération, en présence d'un grand excès d'acide tungstique. On obtient, dans ces conditions, un métal brillant, très dur, d'une densité de 18,7. Lorsque le carbone est en excès, on obtient des fontes dont la composition est très variable. Quatre échantillons différents nous ont donné, à l'analyse, les chiffres suivants :

	1.	2.	3.	4.
Carbone.............	0,64	2,74	4,56	6,33

» Ces fontes ont une cassure brillante, sont stables en présence de

(1) Riche, *Recherches sur le tungstène et ses composés* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. V; 1857).

l'air et sont parfois recouvertes d'une belle couche d'oxyde bleu de tungstène.

» Ce métal nous a présenté la curieuse propriété de pouvoir fixer une grande quantité de carbone. Si l'on fait cette préparation du tungstène en présence d'un excès de charbon, non plus avec un courant de 400 ampères, mais avec un courant de 1000 ampères et 70 volts, c'est-à-dire en présence d'un arc beaucoup plus puissant, on obtient une fonte beaucoup plus riche en carbone, qui nous a donné à l'analyse les chiffres suivants :

	1.	2.	3.	4.
Carbone.........	17,27	17,61	18,27	18,81

» *Molybdène.* — Le molybdène pur a été regardé jusqu'ici comme infusible. Nous rappellerons qu'Henri Debray a pu fondre avec difficulté, au chalumeau oxhydrique, un carbure de molybdène renfermant de 4 à 5 pour 100 de carbone. Au four électrique, cette opération ne demande que quelques instants.

» On part du molybdate d'ammoniaque pur qui, par calcination, fournit un oxyde sous forme de poudre grise. On le mélange de charbon de sucre et on le chauffe sept à huit minutes avec un courant de 350 ampères et 70 volts. On obtient ainsi un culot de fonte se détachant facilement du creuset. Ce carbure de molybdène est très dur, il raye le verre et l'acier; sa cassure est brillante et il se conserve sans altération à l'air humide. Sa densité est de 8,6.

Sa composition est variable aussi selon la quantité de charbon que l'on emploie. L'analyse nous a fourni les résultats suivants :

	1.	2.	3.
Carbone.........	9,77	9,88	9,90

» *Vanadium.* — Les importantes recherches de Roscoë ont démontré combien la préparation de ce corps simple était difficile. Ce savant a établi en effet que, par réduction de l'acide vanadique par le charbon, on n'avait jamais obtenu qu'un siliciure à peine fusible à la température d'un bon fourneau à vent. Enfin, Roscoë a pu surmonter les nombreuses difficultés que présentait cette préparation, et, en réduisant le bichlorure de vanadium par l'hydrogène pur et sec, il a obtenu le vanadium métallique. Roscoë fait remarquer toutefois que le métal en poudre, ainsi obtenu, contenait encore une très faible portion d'oxygène et 1,3 pour 100 d'hydrogène.

» La préparation de la fonte de vanadium est celle qui nous a présenté le plus de difficultés au four électrique. Nous sommes partis du métavanadate d'ammoniaque pur qui, par calcination, nous a fourni un oxyde vanadique d'un brun jaune assez facilement fusible. Cet oxyde était mélangé de charbon de sucre, et, lorsqu'on le plaçait à quelques centimètres de l'arc produit par un courant de 350 ampères et 70 volts, la réduction ne se produisait pas. Il a fallu faire jaillir l'arc au contact de cette poudre, faire durer la chauffe jusqu'à vingt minutes, et, dans ces conditions, on obtenait seulement, à la surface du mélange, de petits granules métalliques de la dimension d'une lentille.

» Nous avons dû opérer alors avec des tensions beaucoup plus grandes. En employant un arc fourni par une machine de 150 chevaux mesurant 1000 ampères et 70 volts, nous avons pu obtenir la réduction complète de l'oxyde et la fusion du carbure en quelques instants.

» Voici les analyses des fontes préparées dans ces conditions :

	1.	2.	3.
Carbone	25,47	25,68	17,56

» Dans ces conditions, on obtient donc un carbure de vanadium qui renferme jusqu'à 25 pour 100 de carbone. C'est un fait assez curieux et qui ressort de l'ensemble de nos expériences que, quand la température s'élève, on tend alors vers des carbures métalliques très riches en carbone et dont la composition se rapproche des autres composés binaires de la chimie minérale.

» Ce carbure de vanadium a une densité de 5,3.

» En résumé, de ces différentes préparations, nous pouvons déjà tirer une conclusion intéressante touchant la fusibilité des métaux réfractaires. Le chrome pur est plus infusible que le platine, et, au-dessus du chrome, nous placerons le molybdène, l'uranium, le tungstène et enfin le vanadium. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la préparation du zirconium et du thorium.* Note de M. L. Troost.

« J'ai repris depuis quelques mois la préparation, à la température de l'arc voltaïque, de deux métaux que j'avais obtenus, il y a plusieurs années, dans d'autres conditions

» *Zirconium.* — Le zirconium, que j'avais préparé précédemment, résultait de l'action de l'aluminium sur le fluozirconate de potassium aux plus hautes températures d'un bon fourneau à vent ([1]). J'ai pu le reproduire dans l'arc électrique, grâce à l'installation que M. Joly, directeur du laboratoire des hautes études de l'École Normale supérieure, a bien voulu mettre à ma disposition, et qui m'a permis d'opérer avec un courant de 30 à 35 ampères et de 70 volts.

» J'ai fait un mélange intime de zircone avec une quantité de charbon de sucre (très finement tamisé) inférieure à celle qui est théoriquement nécessaire pour la réduction. Le mélange, fortement comprimé sous forme de petits disques, est placé dans une coupelle en charbon.

» On le soumet alors à l'action de l'arc électrique dans un appareil clos, traversé par un courant lent de gaz acide carbonique, qui a surtout pour but d'éviter, pendant le refroidissement, le contact de l'air avec le métal, qui pourrait brûler et se retransformer en zircone.

» La réduction est immédiate et donne de petites masses métalliques qui ne sont pas du zirconium pur, mais un véritable carbure de zirconium; l'analyse donne :

Zirconium....................	77,6	78,2	76,9
Carbone......................	22,4	21,8	23,1

chiffres qui s'éloignent peu de ceux qu'exige la formule ZrC^2.

» Lorsqu'on prend la précaution de brasquer avec de la zircone la coupelle en charbon, on diminue de plus en plus la teneur en carbone de la fonte de zirconium.

» Cette fonte, d'un gris d'acier, est extrêmement dure; elle raie profondément le verre et n'est pas entamée par les limes les mieux trempées.

» Elle est inaltérable à l'air à la température ordinaire et ne s'oxyde que superficiellement au rouge quand elle est peu carburée. Elle brûle, au contraire, avec vif éclat quand elle est très carburée. Elle est inattaquable par l'eau et par les acides, sauf par l'acide fluorhydrique qui réagit, même lorsqu'il est très étendu.

» Dans la préparation de la fonte de zirconium avec le faible courant dont je disposais, on n'observe pas la rapide volatilisation de la zircone que M. Moissan obtient dans ses belles expériences avec des courants de

---

([1]) *Comptes rendus,* t. LXI, p. 109.

très grande puissance; il ne se produit qu'une légère fumée laissant un dépôt à peine sensible.

» Mais si, au lieu de la zircone, on soumet à l'action de l'arc électrique du zircon (silicate d'aluminium) dans le petit four de MM. Ducretet et Lejeune qui permet de suivre des yeux, à travers une lame de mica et des verres très foncés, la marche de l'opération, on voit se produire des filaments de silice qui s'enchevêtrent peu à peu et finissent par former un véritable feutrage [1].

» *Thorium.* — J'avais préparé, il y a une dizaine d'années, du thorium métallique par l'électrolyse du chlorure de thorium fondu.

» Pour l'obtenir dans l'arc électrique, j'ai opéré comme pour le zirconium. J'ai fait un mélange intime de thorine et de charbon de sucre très finement tamisé, et employé en quantité inférieure à celle qui est théoriquement nécessaire pour la réduction de l'oxyde.

» Le mélange, fortement comprimé en petits disques et placé dans une coupelle en charbon, est soumis à l'action de l'arc électrique dans un appareil clos traversé par un courant lent d'acide carbonique.

» La réduction se fait plus facilement qu'avec la zircone et donne une masse métallique fondue qui contient du carbone. La composition de cette fonte donne :

Thorium..........	90,5	91,8	90,9
Carbone..........	9,5	8,2	9,1

Ces chiffres s'éloignent peu de ceux qu'exige la formule ThC^2. Sa densité à 15° est 10,15.

» On diminue la proportion de carbone en brasquant la coupelle avec de la thorine. Cette fonte est moins dure que celle de zirconium, elle ne raye que faiblement le verre et elle est très cassante.

» Elle décompose l'eau à froid en dégageant de l'hydrogène et de l'hydrogène carboné très odorant. Elle s'altère peu à peu au contact de l'air humide en foisonnant (comme le fait la chaux vive au contact de l'eau) et donnant une poudre qui, suivant la richesse de la fonte en carbone, est d'un gris plus ou moins noir ou presque blanc. Chauffée au rouge, cette fonte brûle avec plus de rapidité et plus d'éclat que la fonte de zirconium.

---

(1) C'est une belle expérience de cours dont on peut faire suivre la marche par projection sur un tableau.

En refondant ce carbure de thorium avec un excès de thorine, j'ai obtenu de petites masses métalliques qui ne s'altèrent plus à l'air et dont je continue l'étude. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Observations sur la volatilisation de la silice, à propos de la Communication de M.* Moissan; par M. **P. Schützenberger.**

« C'est avec le plus vif intérêt que j'ai écouté l'importante Communication de M. Moissan. Le fait, nettement constaté par lui, de la volatilité de la silice, à très haute température, me donne l'explication de faits que j'avais observés il y a longtemps, au cours d'un travail exécuté en collaboration avec M. Colson, faits qui étaient restés jusqu'ici, dans mon esprit, comme devant provoquer de nouvelles recherches.

» Nous avons constaté :

» 1° Que de la silice pure, placée dans un petit creuset en charbon de cornue entouré de brasque de noir de fumée, chauffée dans un bon fourneau à vent, pendant quelques heures, perd une quantité notable de son poids;

» 2° Que le platine augmente de poids, devient fusible en se chargeant de silicium, même lorsqu'il est placé dans un creuset fermé en charbon de cornue noyé dans une brasque épaisse de noir de fumée et chauffé au blanc pendant deux heures.

» Cet effet ne se produit plus si le noir de fumée est remplacé par un mélange de noir et de rutile en poudre, mais si l'on introduit de la silice dans le creuset en charbon de cornue qui renferme le platine, en séparant les deux corps par une plaque en charbon, le platine se charge de silicium et fond, même avec une brasque titanifère.

» Le silicium remplaçant la silice ne produit aucun effet et ne paraît pas être volatil.

» Tous ces faits s'expliquent facilement en admettant, comme l'a démontré M. Moissan, que la silice est volatile. D'après les expériences que je rappelle ici brièvement, sans aucune arrière-pensée de faire une réclamation de priorité, cette volatilité serait déjà sensible au blanc d'un fourneau à vent. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la phénacite de Saint-Christophe en Oisans.* Note de MM. A. **Des Cloizeaux** et A. **Lacroix**.

« Nous avons trouvé récemment, dans la Collection minéralogique du Muséum d'Histoire naturelle, un échantillon qui nous permet de donner une solution définitive à une question controversée, intéressant la Minéralogie de la France.

» Lévy, en 1837, dans sa *Description de la Collection Heuland* (t. II, p. 155), signala l'existence de cristaux incolores de *tourmaline*, accompagnant l'anatase du Dauphiné. En 1847, M. Marignac décrivit (1) deux cristaux incolores et transparents, provenant *probablement* du Dauphiné : la plupart des formes trouvées sur le cristal mesuré étaient nouvelles pour la tourmaline à laquelle ce savant le rapporta.

» Miller fit remarquer (2) que les angles donnés par M. Marignac se rapportaient assez exactement à ceux de la *phénacite*, et l'un de nous insista (3) sur la probabilité de l'identité des cristaux en question avec ce minéral, identité qu'un examen optique pourrait facilement trancher.

» Vingt ans plus tard, M. Seligmann, ayant étudié des cristaux de forme identique, signalés à Reckingen (Valais) par Websky et appartenant à la phénacite, émit l'hypothèse que les cristaux décrits par M. Marignac avaient la même origine.

» Enfin, tout récemment, l'un de nous (4) put examiner un des cristaux de M. Marignac (échantillon obligeamment communiqué par M. Duparc, professeur à l'Université de Genève), et constater sur une esquille de quelques dixièmes de millimètres qu'il était uniaxe et *positif*.

» La question était donc tranchée en faveur de la phénacite; toutefois le cristal étant implanté sur du quartz, il était à craindre que l'esquille, détachée d'un échantillon aussi précieux, ne fût pas entièrement composée par le minéral qu'il s'agissait de déterminer.

» L'échantillon qui fait l'objet de cette Note permet de confirmer ces premiers résultats.

---

(1) *Archives des Sciences naturelles de Genève*, t. VI, p. 299; 1847.
(2) *Introduction to Mineralogy*, p. 348; 1852.
(3) A. Des Cloizeaux, *Manuel de Minéralogie*, t. I, p. 514; 1862.
(4) A. Lacroix, *Minéralogie de la France et de ses Colonies*, t. I, p. 203; 1892.

» Il est formé par un fragment de granulite, de forme grossièrement triangulaire, couvert sur deux de ses faces de cristaux de quartz hyalin ou un peu enfumé, d'orthose, d'albite, accompagnés par quelques octaèdres allongés d'anatase, par de la ripidolite, et enfin par de petites aiguilles incolores, dans lesquelles nous avons pu reconnaître la substance décrite par Lévy et M. Marignac.

» Ces cristaux ont en moyenne 1^{mm} de longueur; deux d'entre eux atteignent toutefois 4^{mm}. Ils sont très allongés suivant l'axe vertical, parallèlement auquel les faces de la zone prismatique $[e^2(10\bar{1}0)$ et $d^1(11\bar{2}0)]$ sont très cannelées. Ils sont terminés par le rhomboèdre $b^1(01\bar{1}2)$, parfois accompagné de très petites facettes $b^2(11\bar{2}3)$, $p(10\bar{1}1)$.

» Les angles, mesurés sur un très petit cristal, concordent d'une façon très satisfaisante avec les données de M. Marignac.

» Nous avons pu constater que le minéral était à un axe *positif*, que sa biréfringence était celle de la phénacite.

» Il est infusible au chalumeau et raye facilement le quartz.

» Enfin, divers essais microchimiques ont été faits. Un petit cristal a été attaqué dans un creuset de platine par l'acide fluorhydrique, puis l'acide sulfurique. Le résidu a été repris par quelques gouttes d'eau et, sur une lamelle de verre, le liquide à essayer a été additionné d'oxalate de potassium, avec les diverses précautions indiquées par M. Behrens. On a ainsi obtenu les cristaux monocliniques, si caractéristiques, d'oxalate double de glucinium et de potassium.

» Tous les essais cristallographiques, optiques et chimiques sont donc d'accord pour conduire à la certitude que le minéral en question est bien de la *phénacite*.

» Il est permis d'être non moins affirmatif sur son gisement. L'échantillon qui nous occupe est indiqué comme provenant de Saint-Christophe en Oisans; il a été catalogué au Muséum en 1804 et faisait sans doute partie de l'ancien fond, antérieur à la Révolution, c'est-à-dire de l'époque où de Bournon explorait les montagnes du Dauphiné, exploitant des gisements qui ont été perdus depuis, et où il a trouvé les énormes cristaux d'*anatase*, les cristaux de *chrichtonite*, que l'on ne voit plus que dans les collections datant de cette époque.

» La granulite servant de gangue à nos cristaux est bien identique à celle de Saint-Christophe et notamment à celle du Puits, près de ce village. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles ordinaires, qui possèdent des systèmes fondamentaux d'intégrales.* Note de M. **Sophus Lie**.

« Les théories classiques du système simultané

$$\frac{dx_k}{dz} = Z_{k1}(z)x_1 + \ldots + Z_{kn}(z)x_n \qquad (k = 1, \ldots, n)$$

et de l'équation équivalente

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \sum_{i,k}^{1,\ldots,n} Z_{ki}(z)x_i \frac{\partial f}{\partial x_k} = 0$$

prennent au fond leur origine dans ce fait, que les n^2 transformations infinitésimales $x_i \frac{\partial f}{\partial x_k}$ des variables $x_1, \ldots, x_n$ déterminent un groupe continu et fini. Cette remarque m'a conduit depuis longtemps (*Société des Sciences* à Christiania, novembre et décembre 1882, *Math. Ann.*, t. XXV, p. 124-130) à l'étude de l'équation générale

$$(1) \qquad \mathcal{A}f = \frac{\partial f}{\partial z} + Z_1(z)\mathcal{X}_1 f + \ldots + Z_r(z)\mathcal{X}_r f = 0,$$

dans laquelle les expressions

$$\mathcal{X}_k f = \sum_{i}^{1,\ldots,n} \xi_{ki}(x_1, \ldots, x_n)\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

définissent un groupe continu et fini quelconque.

» J'ai de plus esquissé une théorie générale de l'intégration de l'équation $\mathcal{A}f = 0$, même en supposant connus d'avance, pour le système simultané

$$(2) \qquad \frac{dx_k}{dz} = Z_1\xi_{1k} + \ldots + Z_r\xi_{rk} \qquad (k = 1, \ldots, n),$$

m intégrales $\Omega_1(x_1, \ldots, x_n z), \ldots, \Omega_m$ ou m systèmes d'équations intégrales

$$\alpha_{i1}(x_1, \ldots, x_n z) = 0, \qquad \ldots, \qquad \alpha_{iq}(x_1, \ldots, z) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, m).$$

» La véritable raison de ces théories est, comme je le dis expressément (*Math. Ann.*, t. XXV, p. 128), qu'il est toujours possible de trouver les

intégrales générales du système simultané (2), lorsqu'on connaît un certain nombre fini de systèmes de solutions particulières

$$(3)\qquad x'_1,\ \ldots,\ x'_n;\quad x''_1,\ \ldots,\ x''_n;\quad \ldots;\quad x_1^{(m)},\ \ldots,\ x_n^{(m)}.$$

» *On trouve donc, dans les Mémoires cités, une catégorie extrêmement étendue de systèmes simultanés qui possèdent ce qu'on appelle des systèmes fondamentaux d'intégrales. Je ne crois pas qu'il sera possible de perfectionner, quant au fond, mes théories d'intégration pour ces équations.*

» Il faut se rappeler qu'il est possible de réduire mes équations auxiliaires de l'ordre m à des équations linéaires de l'ordre $m+1$ ou $m+2$ quand le groupe simple correspondant appartient à l'une des quatre grandes classes que j'ai considérées.

» J'ajoute qu'on trouve les expressions des solutions générales $x_1, \ldots, x_n$ en fonction des quantités (3) en résolvant par rapport à $x_1, \ldots, x_n$ certaines équations

$$I_k(x_1, \ldots, x_n; x'_1, \ldots, x'_n; \ldots; x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}) = a_k,$$

les I_k désignant ce que j'appelle des *invariants des* $m+1$ *points* $x_k, x'_k, \ldots, x_k^{(m)}$ *par rapport au groupe* $x_1 f, \ldots, x_r f$.

» M. E. Vessiot, dont la thèse récente constitue un progrès si important dans la théorie des équations différentielles linéaires, a eu l'heureuse idée de *chercher* toutes *les équations différentielles ordinaires* qui possèdent des systèmes fondamentaux d'intégrales, et M. Alf. Guldberg s'est aussi occupé de la même question.

» Je viens de publier moi-même à ce sujet une petite Note (voir *Leipziger Berichte*, 8 mai 1893). Sans entrer dans des détails, je crois utile de faire ici quelques remarques dont la généralisation est évidente

» Étant donnée une équation différentielle du premier ordre

$$dx = \varphi(x, z)\, dz,$$

le système simultané

$$dz : dx : dx' = 1 : \varphi(x, z) : \varphi(x', z)$$

possède évidemment deux solutions de la forme $u(x, z)$, $u(x', z)$. Donc, en égalant à une constante arbitraire a une fonction quelconque de ces deux quantités, on obtient *toujours* une formule $x = F(z, x', a)$ qui exprime la solution générale x par une solution particulière x' et z. *Or cette formule ne détermine pas en général un groupe entre* x *et* x'. *Néanmoins, si l'on con-*

naît par hasard une telle formule, on connaît en même temps des transformations (finies) $z = z'$, $x = F(z, x', a)$, *qui laissent invariante l'équation* $dx = \varphi(x, z)\,dz$, *dont l'intégration s'achève immédiatement d'après mes théories générales* (*Math. Ann.*, t. XI; voir aussi t. XXV).

» C'est un problème bien intéressant de chercher avec MM. Vessiot et Guldberg tous les systèmes simultanés dont les solutions générales $x_1, \ldots, x_n$ s'expriment par m systèmes de solutions particulières *seules*

$$(4) \qquad x_k = f_k(x'_1, \ldots, x'_n, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}, a_1, \ldots, a_n).$$

» Comme ces auteurs ne trouvent pas même tous mes systèmes (2), qui possèdent effectivement la propriété demandée, il me semble que leurs recherches doivent présenter une lacune. Je crois que ces auteurs *introduisent implicitement une* restriction *essentielle,* à savoir que les formules (4) les plus générales se déduisent d'un système donné de telles formules par un changement des constantes arbitraires.

» Si je ne me trompe, *je suis parvenu à démontrer, d'une manière rigoureuse et bien simple, que mes systèmes* (2) *sont les seuls qui possèdent la propriété demandée.* »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions chargées de présenter une question pour chacun des prix ci-après désignés à décerner en 1895, 1896 et 1898.

Grand prix des Sciences physiques (*Prix du Budget*, pour l'année 1895). — MM. Blanchard, Daubrée, Milne-Edwards, Fizeau, Van Tieghem réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Cornu et Mascart.

Prix Fourneyron (pour l'année 1895). — MM. Lévy, Boussinesq, Resal, Léauté, Sarrau réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Deprez et Haton de la Goupillière.

Prix Bordin (*Sciences physiques*, pour l'année 1895). — MM. Daubrée, Milne-Edwards, Van Tieghem, Fizeau, Cornu réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Blanchard et Mascart.

Prix Damoiseau (pour l'année 1898). — MM. Faye, Tisserand, Lœwy, Wolf, Callandreau réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Janssen et Poincaré.

Prix Vaillant (pour l'année 1896). — MM. Berthelot, Bertrand, Mascart, Cornu, Bassot réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Fizeau et Daubrée.

Prix Gay (pour l'année 1895) — MM. Grandidier, d'Abbadie, Bouquet de la Grye, Van Tieghem, Bassot réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Duchartre et Milne-Edwards.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Un Ouvrage ayant pour titre : « Clinique chirurgicale », par *A. Richet*. (Présenté par M. Verneuil.)

ASTRONOMIE. — *L'éclipse totale de Soleil observée à Foundiougue (Sénégal) le* 16 *avril* 1893. Note de M. **N. Coculesco**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

« Autorisé par le Bureau des Longitudes à nous joindre à la Mission astronomique qui devait observer au Sénégal la dernière éclipse totale de Soleil, nous accompagnions, au commencement de mars, M. Deslandres dans son expédition pour Foundiougue.

» Notre budget trop restreint ne nous permettait pas de disposer d'une installation très complète ; aussi n'emportions-nous, comme instrument d'observation, qu'une lunette de $0^m,16$ d'ouverture, avec une monture équatoriale en bois, ayant servi à l'observation du dernier passage de Vénus et appartenant à l'Observatoire de Paris.

» Un excellent chercheur de comètes, gracieusement mis à notre disposition par MM. Henry, avait été préalablement adapté à la lunette.

» Un chronomètre de temps moyen appartenant au Dépôt de la Marine et un thermomètre complétaient toute notre installation.

» Ainsi outillé, nous nous étions proposé de déterminer seulement les contacts et d'étudier attentivement la forme et les particularités de la couronne.

» Ne disposant pas d'une lunette photographique, nous n'avions pas songé tout d'abord à photographier le phénomène ; cependant, pour avoir un document plus exact sur la forme de la couronne, il n'y avait pas à hésiter entre une photographie même médiocre et un dessin si soigné qu'il fût ; aussi nous décidâmes-nous, pour la circonstance, à utiliser un appareil ordinaire de photographie que nous avions emporté et nous le fixâmes à la lunette.

» C'est à l'aide de cet appareil, de $0^m,24$ de foyer et de $0^m,03$ d'ouverture, que nous avons obtenu cinq beaux clichés de la Couronne.

» Pour en tirer tout le parti possible, nous avons développé ces clichés, avec beaucoup de soin, à l'Observatoire, sous la direction de MM. Henry.

» Les images de la Couronne ainsi obtenues sont très nettes. Les plaques employées étaient des plaques sèches au gélatino-bromure d'argent et le développement a été fait à l'oxalate de fer.

» Nous n'avons pas employé de diaphragme et les temps de pose ont été les suivants :

Clichés nos	Secondes de pose.
I	2
II	4
III	6
IV	7
V	5

» Le cliché II nous a semblé donner le plus de détails ; aussi c'est celui qui a été agrandi quatre fois. J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie quelques épreuves positives.

» Les seuls astres visibles à l'œil nu, au moment de la totalité, Jupiter et Vénus, sont très bien venus sur ces cinq clichés.

» Le léger voile des plaques nous a fourni une précieuse indication sur l'intensité lumineuse du ciel pendant l'éclipse totale, au moins aux environs du Soleil.

» Nous avons trouvé, par quelques expériences faites au retour, que l'éclairement du ciel, à 15° environ du Soleil, était 1800 fois plus intense qu'à minuit dans une belle soirée à Paris.

» L'observation des quatre contacts nous a donné les résultats suivants :

Observation.	Temps moyen de Paris.
	h m s
Du premier contact	2.20.21
Du deuxième contact..................	3.42.51
Du troisième contact..................	3.47. 2
Du quatrième contact..................	5. 3.36

ce qui donne $4^m 11^s$ pour durée de la totalité.

» Le thermomètre qui, durant notre séjour à Foundiougue, n'avait jamais marqué moins de + 38° (au milieu de la journée), variant entre + 38° et + 40° jusqu'à + 42° même, avait subitement descendu le jour de l'éclipse à + 28°, pour indiquer :

» 26°,6 au commencement de la totalité.
» 24°,0 au milieu de la totalité.
» 26°,5 à la fin de l'éclipse.

» Il y a eu, par conséquent, une variation de $3°\frac{1}{2}$ à 4° environ entre le commencement de l'éclipse et le milieu de la totalité. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur des propriétés géométriques qui ne dépendent que de la représentation sphérique.* Note de M. C. **Guichard**, présentée par M. Appell.

« Un réseau de courbes tracées sur la sphère peut être considéré soit comme la représentation sphérique d'une congruence de droites, soit comme la représentation sphérique d'un réseau de courbes conjuguées d'une surface. La représentation sphérique étant donnée, la détermination de la congruence ou de la surface dépend de l'intégration d'une équation de Laplace qui admet, comme solutions particulières, les trois cosinus directeurs α, β, γ de la génératrice de la congruence ou de la normale à la surface.

» Cela posé, soit G la génératrice de la congruence (G); F_1, F_{-1} ses deux foyers; N_1, N_{-1} les normales aux surfaces focales (N_1), (N_{-1}). La droite N_1 est perpendiculaire aux directions qui ont pour cosinus directeurs α, β, γ et $\frac{\partial\alpha}{\partial u}$, $\frac{\partial\beta}{\partial u}$, $\frac{\partial\gamma}{\partial u}$; la représentation sphérique du réseau conjugué découpé par les développables de (G) sur la surface (N_1) ne dépend

que de la représentation sphérique de (G); ce fait a déjà été signalé par M. Cosserat [1].

» Soit maintenant un réseau conjugué d'une surface (g) qui a la même représentation sphérique que les développables de (G); la tangente n_1 aux courbes $u = \text{const.}$ de cette surface, étant perpendiculaire aux deux directions α, β, γ et $\frac{\partial\alpha}{\partial u}, \frac{\partial\beta}{\partial u}, \frac{\partial\gamma}{\partial u}$, est parallèle à N_1. La congruence (n_1) a donc même représentation sphérique que le réseau conjugué (N_1); appliquons ce même théorème aux systèmes (n_1), (N_1); la congruence (n_1) admet deux surfaces focales (g) et (g_1); du réseau conjugué (N_1) on déduit les deux congruences (G) et (G_1); la congruence (G_1) aura donc même représentation sphérique que le réseau conjugué (g_1) et ainsi de suite.

» De la congruence (G) on déduit, par l'application répétée de la méthode de Laplace, une série de réseaux conjugués et de congruences; de même, du réseau conjugué (g), on déduit une seconde série de congruences et de réseaux conjugués. Relativement à ces séries, on peut énoncer les résultats suivants :

» 1. *La représentation sphérique d'un élément d'une série* (réseau conjugué ou congruence) *détermine celle de tous les autres éléments.*

» 2. *A chaque réseau d'une série correspond une congruence de l'autre et les éléments correspondants ont même représentation sphérique.*

» Remarquons maintenant que, si un réseau conjugué est formé de lignes de courbure, la congruence correspondante est une congruence de normales; d'où l'identité des deux problèmes suivants :

» 1. *Trouver un réseau conjugué, composé de lignes de courbure, qui, après p transformations de Laplace, se transforme en un réseau analogue.*

» 2. *Trouver une congruence de normales qui, après p transformations de Laplace, se transforme en une congruence de normales.*

» Si $p = 1$, on voit que les deux problèmes :

» 1. *Trouver une congruence dont les développables touchent les surfaces focales suivant leurs lignes de courbure;*

» 2. *Trouver une surface qui admet un réseau conjugué formé de géodésiques,* sont équivalents. J'ai déjà établi l'identité de ces deux problèmes [2].

---

[1] *Sur les congruences de droites et sur la théorie des surfaces* (*Annales de Toulouse*).

[2] *Sur les surfaces à courbure totale constante et sur certaines surfaces qui s'y rattachent* (*Annales de l'École Normale*, 1890).

» Dans le cas où p est quelconque, il faudra, pour résoudre le problème, déterminer d'abord la représentation sphérique d'un élément de la série, ce qui conduit à des équations aux dérivées partielles de plus en plus compliquées, puis intégrer l'équation de Laplace correspondante. Mais la connaissance d'une solution de cette équation permettra, en général, d'en déduire une infinité d'autres. En effet, soit (N) et (N_p) deux réseaux conjugués formés de lignes de courbure; (G) et (G_p) les deux congruences de normales correspondantes; les normales à (N) étant parallèles aux droites (G), après p transformations de Laplace, en opérant sur l'une des nappes de la surface des centres de (N), la congruence des normales à N se transformera en congruence de normales N'_p. Les surfaces normales à N'_p jouiront de la même propriété que les surfaces N. On peut donc, à l'aide de quadratures seulement, dériver d'un système donné une infinité de systèmes analogues.

» Je reviendrai, si l'Académie le permet, sur le cas où $p = 2$, cas que je traiterai prochainement dans un Mémoire détaillé. »

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces à lignes de courbure planes dans les deux systèmes et isothermes*. Extrait d'une Lettre de M. **Th. Caronnet** à M. Darboux.

« Dans une Communication, insérée aux *Comptes rendus* (8 mai 1893), M. P. Adam fait part des résultats qu'il a obtenus dans ses recherches sur les surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système ou dans les deux systèmes.

» Au sujet de cette Note, j'ai l'honneur de vous rappeler que je vous communiquai, il y a plus d'un an, la solution du problème des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans les deux systèmes, et je vous prie de vouloir bien accueillir de nouveau les résultats auxquels je suis arrivé et que je transcris ici.

» *Surfaces de la première famille*. — Cette famille comprend les surfaces de révolution et les surfaces-moulures. Les surfaces de révolution sont seules isothermiques.

» *Surfaces de la deuxième famille*. — Le plan tangent à ces surfaces peut s'écrire

$$ux - vy + \left(\lambda\sqrt{1-u^2} - \sqrt{\lambda^2-1}\,\sqrt{1+v^2}\right)z = f(u) - \varphi(v).$$

En déterminant les fonctions $f(u)$ et $\varphi(v)$, par la condition d'isothermie, nous trouvons, exception faite du système qui fournit les cyclides du quatrième ordre,

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} f(u) = \lambda^2\left(1 - \frac{u}{2}\operatorname{Log}\frac{1+u}{1-u}\right), \\ \varphi(v) = (\lambda^2 - 1)(1 + v \operatorname{arctang} v); \end{cases}$$

$$(\mathrm{II})\quad \begin{cases} f(u) = -\frac{2t}{1+t^2}\left[\frac{t}{\lambda+c} - \frac{1}{(\lambda-c)t} - \frac{4\lambda^2}{(\lambda^2-c^2)^{\frac{3}{2}}}\operatorname{arctang}\sqrt{\frac{\lambda+c}{\lambda-c}}\,t\right], \\ \varphi(v) = -\frac{2\tau}{1+\tau^2}\left[\frac{\tau}{\sqrt{\lambda^2-1}+c} - \frac{1}{(\sqrt{\lambda^2-1}-c)\tau}\right. \\ \qquad\qquad \left. - \frac{4(\lambda^2-1)}{(\lambda^2-1-c^2)^{\frac{3}{2}}}\operatorname{arctang}\sqrt{\frac{\sqrt{\lambda^2-1}+c}{\sqrt{\lambda^2-1}-c}}\,\tau\right]; \end{cases}$$

après avoir posé, pour simplifier l'écriture,

$$u = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad v = \frac{2i\tau}{1+\tau^2},$$

les quantités λ et c représentant, comme dans la suite, des constantes arbitraires.

» Si, dans le système (II), on fait $c = 0$, on obtient les fonctions qui conviennent à la *surface minima* de Bonnet. Dans les intégrations qui nous ont fourni le dernier système, nous avons supposé le produit

$$(\lambda^2 - c^2)(\lambda^2 - 1 - c^2)$$

différent de zéro.

» Il suffira d'examiner le cas de $\lambda^2 - c^2 = 0$, en vertu de la symétrie; et, dans cette hypothèse, nous obtenons le système (II)′, qui ne contient plus qu'une constante arbitraire,

$$(\mathrm{II})'\quad \begin{cases} f(u) = -\frac{3t^4 + 6t^2 - 1}{3\lambda t^2(1+t^2)}, \\ \varphi(v) = -\frac{2\tau}{1+\tau^2}\left[\frac{\tau}{\sqrt{\lambda^2-1}+\lambda} - \frac{1}{(\sqrt{\lambda^2-1}-\lambda)\tau}\right. \\ \qquad\qquad \left. - \frac{4(\lambda^2-1)}{i}\operatorname{arc\,tang}\sqrt{\frac{\sqrt{\lambda^2-1}+\lambda}{\sqrt{\lambda^2-1}-\lambda}}\,\tau\right]; \end{cases}$$

$$(\mathrm{III})\quad \begin{cases} f(u) = \frac{\lambda^2\sqrt{\alpha^2-\lambda^2}}{\alpha}\int\frac{\sqrt{(\alpha^2+2c\alpha+c_1)(\alpha^2-\lambda^2)}}{(\alpha^2-\lambda^2)^2}\,d\alpha, \\ \varphi(v) = \frac{(\lambda^2-1)\sqrt{\beta^2-\lambda^2+1}}{\beta}\int\frac{\sqrt{(\beta^2+2c\beta+c_1)(\beta^2-\lambda^2)}}{(\beta^2-\lambda^2+1)^2}\,d\beta. \end{cases}$$

» Pour ce dernier système, nous avons posé

$$\alpha = \frac{\lambda}{\sqrt{1-u^2}}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{\lambda^2-1}}{\sqrt{1+v^2}};$$

quant à la quantité c_1, c'est une nouvelle constante arbitraire.

» *Surfaces de la troisième famille.* — Nous avons, pour le plan tangent aux surfaces de cette famille, l'équation suivante :

$$2ux + 2vy + (1 - u^2 - v^2)z = f(u) + \varphi(v).$$

» En recherchant celles de ces surfaces qui sont isothermiques, nous trouvons d'abord, et comme il fallait s'y attendre, les cyclides du troisième ordre et la *surface minima* d'Enneper, puis de nouvelles surfaces définies par les systèmes suivants :

$$(\text{IV}) \quad \begin{cases} f(u) = (1-c)^{-\frac{3}{2}} u \operatorname{arc\,tang} \dfrac{u}{\sqrt{1-c}} + \dfrac{1}{1-c}, \\ \varphi(v) = c^{-\frac{3}{2}} v \operatorname{arc\,tang} \dfrac{v}{\sqrt{c}} + \dfrac{1}{c}; \end{cases}$$

$$(\text{V}) \quad \begin{cases} f(u) = u \operatorname{arc\,tang} u + 1, \\ \varphi(v) = \dfrac{1}{3v^2}; \end{cases}$$

$$(\text{VI}) \quad \begin{cases} f(u) = u \displaystyle\int \frac{\sqrt{(1+u^2)^2 + 2c(1+u^2) + c_1}}{u^2}\, du, \\ \varphi(v) = v \displaystyle\int \frac{\sqrt{v^4 - 2cv^2 + c_1}}{v^2}\, dv. \end{cases}$$

» Nous remarquons en terminant que les lignes asymptotiques de ces surfaces s'obtiendront par simples quadratures. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes relatifs aux fonctions analytiques à n dimensions.* Note de M. G. Scheffers, présentée par M. Picard.

« On peut arriver à une généralisation des fonctions analytiques, identique à celle que j'ai expliquée dans une Note précédente (voir *Comptes rendus,* n° 20), en élargissant la notion de représentation conforme. Soit donnée, dans l'espace à n dimensions $(x_1, \ldots, x_n)$, une transformation quelconque

$$(1) \qquad x'_i = f_i(x_1, \ldots, x_n) \quad (i = 1, 2, \ldots, n);$$

les éléments infinitésimaux de l'espace autour du point $(x_1, \ldots, x_n)$ seront transférés dans les éléments infinitésimaux de l'espace autour du point $(x'_1, \ldots, x'_n)$ par la transformation *projective*

$$(2) \qquad dx'_i = \Sigma_k \frac{\partial f_i}{\partial x_k} dx_k \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

» En considérant $dx_1, \ldots, dx_n$ comme coordonnées initiales, $dx'_1, \ldots, dx'_n$ comme coordonnées transformées et regardant, dans les transformations (2), $x_1, \ldots, x_n$ comme des paramètres, on peut traiter le cas où toutes ces transformations (2), *déduites de la même transformation* (1), forment un groupe g simplement transitif de transformations échangeables, selon la terminologie de M. Sophus Lie. Inversement, si ce groupe g est donné, on peut montrer que l'on obtient toutes les transformations (1) en formant les *fonctions analytiques* $f_1 e_1 + \ldots + f_n e_n$ du système de nombres complexes à n unités $e_1, \ldots, e_n$, qui est défini, selon un théorème de M. Study (voir *Leipziger Berichte*, 1889), par le groupe g.

» La représentation conforme est évidemment un cas très particulier de ces transformations (1).

» Pour les fonctions analytiques $f = f_1 e_1 + \ldots + f_n e_n$ d'un système distributif, associatif et commutatif de nombres complexes à n unités $e_1, \ldots, e_n$, on peut établir des théorèmes analogues aux théorèmes sur les fonctions analytiques ordinaires. Je me bornerai à énoncer quelques résultats :

» Si deux fonctions analytiques ont les mêmes valeurs le long d'une courbe dans l'espace $(x_1, \ldots, x_n)$, alors elles sont nécessairement les mêmes dans toute la partie de l'espace où elles sont définies.

» Il est possible de développer chaque fonction analytique $f(x)$ dans les environs d'un point général $(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ en série de la forme

$$x' = a_0 + a_1 (x - x^0) + a_2 (x - x^0)^2 + \ldots,$$

$a_0, a_1, a_2, \ldots$ étant des nombres constants du système $(e_1, \ldots, e_n)$. Cette série converge si le point (x) reste à l'intérieur d'un certain volume décrit autour du point (x^0).

» Si $f(z)$ est une fonction analytique ordinaire de la variable ordinaire $z = x + iy$, on la peut, comme on sait, développer en série. Or, cette série définit une fonction analytique de notre système, si l'on remplace z par un nombre du système $z = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$.

» Donc, si une relation entre des fonctions analytiques ordinaires est juste pour toutes les valeurs ordinaires des variables, elle reste encore

juste et conserve son sens, si l'on remplace les variables par des nombres complexes du système.

» En vertu de ces théorèmes, *on peut généraliser certaines théories relatives à une variable ordinaire* $z = x + iy$, c'est-à-dire à la droite (avec des points réels et imaginaires), *et établir des théories relatives à un espace quelconque.*

» Nous n'en donnons qu'un seul exemple :

» On sait que chaque groupe continu et fini de transformations sur la droite (z) peut être réduit, selon un théorème de M. Sophus Lie, à un sous-groupe du groupe projectif

$$z' = \frac{az+b}{cz+d}. \tag{3}$$

» Donc, *dans un espace à n dimensions, chaque groupe de transformations, pour lesquelles les éléments infinitésimaux de l'espace sont soumis à des transformations d'un groupe donné simplement transitif g de transformations échangeables, peut être réduit, par l'introduction de nouvelles variables, à un sous-groupe du groupe* (3), *si l'on considère* z', z, a, b, c, d *comme des nombres complexes dans le système à n unités* $e_1, \ldots, e_n$ *qui est défini par le groupe g.*

» *Ce groupe a* $3n$ *paramètres.* Ses transformations infinitésimales ont la forme

$$p_i, \quad \Sigma_{s,k}\gamma_{iks}x_k p_s, \quad \Sigma_{s,klm}\gamma_{klm}\gamma_{ims}x_k x_l p_s \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

si l'on suppose

$$e_i e_k = \Sigma_s \gamma_{iks} e_s \quad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

» En dernière remarque, notons que, pour les systèmes étudiés par M. Weierstrass, ces résultats sont sans doute évidents. Mais il faut signaler que ces systèmes ne forment qu'une classe très particulière de tous les systèmes commutatifs. Pour le grand nombre des autres systèmes commutatifs, étudiés par M. Study et moi, les théorèmes sont nouveaux et ont besoin d'être démontrés. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété générale des champs admettant un potentiel.* Note de M. **Vaschy**, présentée par M. A. Cornu.

« Imaginons en chaque point de l'espace un vecteur f, dont les composantes X, Y, Z, suivant trois axes rectangulaires, dérivent d'un poten-

tiel uniforme V

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad Y = -\frac{dV}{dy}, \qquad Z = -\frac{\partial V}{\partial z},$$

et bornons-nous à considérer le champ E limité par une surface fermée S. Nous supposerons le vecteur f fini et continu, sauf sur certaines *surfaces de discontinuité* s_1, s_2, ..., où sa composante normale $f_n = -\frac{\partial V}{\partial n}$ varie brusquement d'une face à l'autre.

» Un tel champ jouit de la propriété suivante :

» *Il est toujours possible de trouver une distribution de masses* m_1, m_2, ... *telle que la fonction*

$$(1) \qquad V' = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \ldots = \sum \frac{m}{r}$$

soit identique à V *dans le champ* E; r_1, r_2, ... *désignant les distances respectives des masses* m_1, m_2, ... *au point* (x, y, z). Le sens que l'on attribue ici au mot *masse* est, en général, différent du sens ordinaire de ce mot; il est défini par l'identité $V' = V$.

» Pour démontrer cette propriété, considérons une fonction auxiliaire φ assujettie : 1° à être identique à V dans le champ E; 2° à être nulle sur une surface S' enveloppant complètement S, et en tout point extérieure à S'; 3° à varier entre les surfaces S et S', de telle sorte que ses dérivées premières n'aient pas d'autre discontinuité que celle du genre décrit plus haut. Posons, en outre,

$$(2) \quad \begin{cases} 4\pi\rho = -\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\right) = -\Delta\varphi & \text{dans tout l'espace,} \\ 4\pi\sigma = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_2 & \text{sur les surfaces de discontinuité,} \end{cases}$$

$-\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_1$ et $-\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_2$ désignant, suivant une notation usuelle, les dérivées de φ prises le long des normales extérieures aux faces 1 et 2 d'une surface de discontinuité. On remarquera que ρ et σ sont évidemment nuls en dehors du champ E' limité par la surface S'.

» Adoptons maintenant ρ comme densité de volume et σ comme densité superficielle des masses m_1, m_2, ... La formule (1) prendra la forme

$$(3) \qquad V' = \int_{E'} \frac{\rho\, du}{r} + \int_{s_1, s_2, \ldots} \frac{\sigma\, d\omega}{r},$$

du et $d\omega$ étant respectivement des éléments infiniment petits de volume ou de surface, et les intégrales étant étendues : la première au volume du champ E′, la seconde aux surfaces de discontinuité.

» Or, en vertu d'un théorème bien connu (propriété d'un potentiel de forces centrales inversement proportionnelles au carré des distances), la fonction (3) satisfait aux relations suivantes

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V'}{\partial z^2} + 4\pi\rho = 0 \quad \text{dans tout l'espace,}$$

$$\left(\frac{\partial V'}{\partial n}\right)_1 + \left(\frac{\partial V'}{\partial n}\right)_2 + 4\pi\sigma = 0 \quad \text{sur les surfaces de discontinuité,}$$

ou bien, en posant $V' - \varphi = U$ et tenant compte de (2),

$$\Delta U = 0,$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_1 + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_2 = 0.$$

Cette dernière relation montre que les discontinuités qui existent pour $\frac{\partial V'}{\partial n}$ et $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ n'affectent pas $\frac{\partial U}{\partial n}$. Les dérivées premières de U sont donc continues.

» ΔU étant nul en tout point de l'espace, il en est de même de l'intégrale $\iiint_{E''} U\,\Delta U\,dx\,dy\,dz$ étendue au volume E″ limité par une surface quelconque S″. On aura donc, en faisant sur cette intégrale une transformation bien connue,

$$\begin{aligned} 0 &= \iiint_{E''} U\,\Delta U\,dx\,dy\,dz \\ &= \iint_{S''} U\frac{\partial U}{\partial n}\,d\omega - \iiint_{E''}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2\right] dx\,dy\,dz, \end{aligned}$$

$\frac{\partial U}{\partial n}$ désignant la dérivée de U prise le long de la normale extérieure à l'élément $d\omega$ de la surface S″. Si l'on prend pour S″ une sphère de rayon R, on voit que l'intégrale double tend vers zéro quand R croît indéfiniment. En effet, d'après la forme de l'expression (1), on peut assigner deux constantes A et B, telles que U, qui est égal à V′ en dehors de la surface S′, reste inférieur à $\frac{A}{R}$ et que $\frac{\partial U}{\partial n}$ reste inférieur à $\frac{B}{R^2}$ quand R dépasse une certaine limite R_0. Au-dessus de cette limite R_0, la valeur de l'intégrale double

est donc inférieure à $\frac{AB}{R^3}\int\int_{S''} d\omega = 4\pi\frac{AB}{R}$, qui tend vers zéro quand R devient infini. On en conclut que l'intégrale triple

$$\int\int\int_{E''}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2\right] dx\, dy\, dz$$

tend aussi vers zéro quand le champ E″ de l'intégration est infini. Pour que cette intégrale, composée d'éléments non négatifs, soit nulle, il faut que chaque élément soit nul et, par suite, que l'on ait

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial z} = 0.$$

U est donc une constante, dont la valeur est nulle puisque à l'infini $U = V' = 0$. Cela revient à dire que V′ est identique à v et, par suite, identique au potentiel V dans le champ E.

» Applications : 1° *Champ thermique.* — Supposons que le potentiel V représente la température aux divers points d'un champ thermique. En vertu du théorème précédent, on peut imaginer une distribution de masses m_1, m_2, ... telle que, si ces masses communiquaient à un point (x, y, z) quelconque les températures $\frac{m_1}{r_1}$, $\frac{m_2}{r_2}$, ..., inversement proportionnelles à la distance r, la température résultante $\sum\frac{m}{r}$ serait identique à la température réelle V du point (x, y, z).

» 2° *Gravitation universelle.* — Si un point matériel est soumis, aux divers points d'un champ E, à une force f et que l'on puisse établir l'existence d'un potentiel, il résulte de la forme $\sum\frac{m}{r}$ que l'on peut donner à ce potentiel que le champ E est identique à celui que développeraient des forces centrales proportionnelles aux masses et inversement proportionnelles au carré des distances.

» 3° *Champ électrique ou magnétique.* — On arrive à une conclusion analogue dans le cas d'un champ électrique ou magnétique admettant un potentiel; les masses m_1, m_2, ... sont alors ce qu'on appelle des *masses électriques* ou *magnétiques*. Nous reviendrons sur ce sujet dans une prochaine Communication.

» 4° *Champ électromagnétique.* — Même explication possible du champ d'un courant par l'existence de masses magnétiques, dans toute région où le potentiel est uniforme, c'est-à-dire en dehors d'un feuillet limité au contour du courant. »

PHYSIQUE. — *Sur les densités de quelques gaz et la composition de l'eau.* Note de M. A. **Leduc**, présentée par M. Lippmann.

« Dans une récente Communication à la Société royale de Londres [1], Lord Rayleigh donne le Tableau comparatif suivant des densités par rapport à l'air normal [2]

	Azote.	Oxygène.	Hydrogène.
D'après Regnault	0,97138	1,10562	0,06949
» V. Jolly	0,97245	1,10502	
» A. Leduc	0,97203	1,10503	0,06947
» L. Rayleigh	0,97209	1,10535	0,06960

» Je rappellerai d'abord que la dernière décimale, sauf pour l'hydrogène, ne peut être donnée qu'à titre de renseignement, et qu'elle peut être affectée, quelle que soit la précision des mesures, d'une erreur de trois ou quatre unités. Je suis donc complètement d'accord avec Lord Rayleigh sur la densité de l'azote, ainsi que d'ailleurs sur le poids du litre d'air normal ($1^{gr}, 2932$ à $1^{gr}, 2933$).

» J'ai discuté déjà les erreurs de Regnault relatives à l'azote et à l'oxygène. Mes expériences me laissent la conviction que la densité de ce dernier gaz est inférieure à 1,1051. Je me trouve d'accord, comme on le voit, avec M. V. Jolly, mais non avec Lord Rayleigh. Ce dernier trouve l'oxygène obtenu par électrolyse un peu plus dense que celui que fournit la décomposition des chlorates de potasse et de soude : voilà un résultat bien inattendu, et qu'il serait intéressant de soumettre à une discussion approfondie dont les éléments me font défaut.

» Quant à l'hydrogène, sa densité 0,0696 a été obtenue en divisant celle de l'oxygène par le rapport 15,882 trouvé antérieurement [3].

» Il importe donc de nous rendre compte de la valeur de ce rapport. Or, d'après son Mémoire, Lord Rayleigh trouve, pour les poids d'oxygène remplissant son ballon [4], des nombres compris entre $2^{gr}, 5192$ et $2^{gr}, 5162$; il trouve de même, pour l'hydrogène, de 0,15832 à 0,15869.

---

(1) Voir *Revue générale des Sciences,* 30 avril 1893.

(2) On a fait subir aux nombres des deux premiers auteurs la correction relative à la contraction du ballon sous l'influence du vide.

(3) *Proceedings,* vol. L; 1892.

(4) A la pression de 30 pouces anglais de mercure (à 60°F.) et à la température de 12°C.

» Tout ce qu'il est permis *d'affirmer* d'après ces résultats, c'est que le rapport des densités est compris entre $\frac{2,5192}{0,15832}$ et $\frac{2,5162}{0,15869}$, c'est-à-dire 15,912 et 15,856, et rien ne nous autorise à prendre avec l'auteur

$$\frac{2,51777}{0,158531} = 15,882.$$

» Bien plus, on peut dire *qu'en ce qui concerne l'hydrogène, les nombres les plus faibles sont les plus probables*. C'est ce que montre bien la série d'expériences du 24 septembre au 2 octobre 1891, dans laquelle le poids d'hydrogène diminue graduellement de 0,15869 à 0,15832, à mesure que les impuretés s'éliminent par le fonctionnement de l'appareil.

» On pourrait, pour la même raison, supposer que l'oxygène doit devenir plus dense à mesure que l'appareil fonctionne; mais les impuretés ont ici beaucoup moins d'importance, et ce phénomène ne se manifeste pas dans les tableaux. Il conviendra seulement de tenir compte de l'écart un peu fort de certains nombres (celui du 8 décembre en particulier), ce qui conduira à adopter la moyenne 2,5179.

» En divisant ce nombre par la moyenne 0,15836 des quatre nombres les plus faibles relatifs à l'hydrogène, on trouve précisément le quotient 15,90, qui résulte de mes expériences et que je crois approché à moins d'une demi-unité près sur le dernier chiffre.

» Dans cette Communication, Lord Rayleigh rappelle aussi les résultats concernant la composition en volumes de l'eau.

» M. Morley a trouvé pour le rapport des volumes d'hydrogène et d'oxygène combinés : 2,0002, puis 2,0023.

» M. Scott, qui avait trouvé autrefois 1,9965, vient d'obtenir 2,0025 (1).

---

(1) M. Scott, dans une Communication récente à la Société royale de Londres (voir *Revue générale des Sciences*, 15 mai 1893), donne comme résultat moyen de 47 expériences.

$$2,002466 \pm 0,000003.$$

Il y a là un abus remarquable des décimales. La mesure d'un volume de gaz nécessite la détermination d'une température et d'une pression; la mesure de cette dernière comporte une erreur que j'estime à $\frac{1}{30000}$ au minimum, et une erreur de $0°,01$ sur la température du gaz correspond à une erreur de $\frac{1}{27000}$ sur sa masse. Si l'on tient compte de l'erreur due à l'affleurement du mercure à un repère dans les mesures volumétriques, on voit que chaque détermination ne peut être faite qu'à $\frac{1}{10000}$ près, tout au

» Enfin j'ai moi-même trouvé 2,0037, *à quelques unités près sur le dernier chiffre*. Faut-il en conclure, avec Lord Rayleigh, que ce rapport n'est pas connu à moins d'un millième près de sa valeur? Ce que nous savons de la compressibilité de l'oxygène et de l'hydrogène nous oblige à rejeter les deux nombres les plus faibles. Quant aux nombres améliorés 2,0023 et 2,0025, ils ont été obtenus par la méthode eudiométrique (ainsi que les précédents). Je n'ai pas besoin d'insister sur les difficultés bien connues de cette méthode; mais M. Scott s'est-il assuré de ce qu'il ne s'est point formé d'eau oxygénée dans son opération? Sinon, ses résultats doivent accuser un excès d'oxygène employé, comme cela arrive en effet.

» En résumé, je demeure persuadé que le rapport ci-dessus est supérieur à 2,003, et même à 2,0032.

» *Première remarque.* — La densité du mélange d'hydrogène et d'oxygène obtenu par électrolyse d'une solution de potasse devrait être, d'après les densités de Lord Rayleigh :

0,41483	si l'on admet pour le rapport des volumes.......	2,0002
0,41457	» » »	2,0025
0,41453	» » »	2,0037

tandis qu'elle est, d'après mes expériences, 0,41423, à quelques unités près du dernier ordre, c'est-à-dire inférieure à 0,4143.

» *Deuxième remarque.* — M. Scott admet, pour le rapport des densités de l'oxygène et de l'hydrogène, le nombre 15,882 discuté plus haut; il en déduit pour le poids atomique de l'oxygène le nombre 15,862. En faisant usage des densités que j'ai trouvées, il serait arrivé à 15,886, légèrement supérieur au nombre 15,88, qui résulte de la moyenne de mes expériences (deux séries de natures différentes), ainsi que de celles de M. Morley (15,882, 15,877 et 15,879). »

---

plus. Il suffit, pour s'en convaincre, d'examiner les Tableaux des expériences très soignées de Lord Rayleigh.

Quelle que soit la manière de prendre les moyennes, il est donc complètement illusoire d'inscrire les cent-millièmes et surtout les millionièmes, comme le fait M. Scott. C'est pourquoi j'ai supprimé ses deux dernières décimales.

PHYSIQUE. — *Sur la rigidité des liquides*. Note de M. J. **Colin**, présentée par M. Mascart.

« On sait que certains liquides, en particulier les huiles et les colloïdes, deviennent biréfringents lorsqu'on les déforme rapidement. Ce phénomène a été étudié notamment par M. Kundt qui, en se basant sur certaines considérations développées par Maxwell dans l'introduction de son Mémoire *Sur la théorie dynamique des gaz*, attribue cette propriété à la rigidité des liquides. D'après Maxwell, si l'on désigne par E le coefficient de rigidité d'un liquide au temps t, par E_0 le même coefficient au premier instant de déformation, on a

$$E = E_0 e^{-\frac{t}{T}},$$

e étant la base des logarithmes népériens, T le temps au bout duquel E tombe à la fraction $\frac{1}{e}$ de sa valeur initiale. Maxwell a appelé ce temps *durée de relaxation*.

» M. Schwedoff a cherché à mettre en évidence cette rigidité des liquides ([1]). Il a trouvé qu'une dissolution de 5^{gr} de gélatine dans 1^{lit} d'eau était rigide, que sa rigidité diminuait avec le temps, et pour $t = \infty$ prenait une valeur constante, mais qui n'était pas nulle comme le voudrait l'hypothèse de Maxwell. Une fois la rigidité devenue constante, si l'on supprime la force qui déformait le liquide, celui-ci ne revient pas à son état primitif, il reste déformé *résiduellement*. Si l'on prend la différence entre cette déformation résiduelle et la déformation initiale, on obtient ce que M. Schwedoff appelle *la déformation active*.

» Désirant poursuivre ce genre de recherches, j'ai tout d'abord répété les expériences de M. Schwedoff sur la gélatine et je les ai étendues à d'autres corps. Je me servais de l'appareil suivant.

» Un vase cylindrique de verre de 8^{cm} de diamètre et de 25^{cm} de hauteur est percé latéralement à la hauteur de 7^{cm} d'une ouverture munie d'une tubulure horizontale dans laquelle peut se déplacer l'objectif d'un microscope muni d'un micromètre oculaire. Ce vase est surmonté d'un tube coaxial dont l'extrémité supérieure porte un micromètre de torsion, analogue à celui d'une balance de Coulomb, auquel on fixe un fil de platine. A ce fil on suspend un cylindre creux en laiton, très mince, de 15^{cm} de hau-

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 341; 1889.

teur et de 3^{cm} de diamètre, muni d'un dispositif permettant de le centrer. Ce cylindre plonge complètement dans le liquide qui remplit le vase. Sur sa surface on a tracé une graduation en degrés que l'on vise à l'aide du microscope. On pouvait ainsi mesurer l'angle de rotation du cylindre, à moins de deux minutes près. Une fois l'équilibre établi, on repère exactement au micromètre oculaire une division déterminée du cylindre, puis on tord le fil d'un angle connu, et l'on observe la rotation du cylindre dans le liquide.

» J'ai d'abord opéré sur la solution de 5^{gr} de gélatine dans 1^{lit} d'eau, employée par M. Schwedoff, en la laissant reposer vingt-quatre heures dans l'appareil. L'expérience a montré qu'au bout de ce temps, la solution, qui s'était prise en masse, était rigide, que sa rigidité diminuait avec le temps mais ne devenait pas nulle pour $t = \infty$. Mais j'ai reconnu de plus, que pour un même fil, une même torsion initiale de ce fil, une même concentration de la solution, l'angle dont tourne le cylindre dans le liquide dépend essentiellement du temps pendant lequel on l'a laissé reposer. Plus ce temps de repos est grand, plus l'angle de rotation est petit. Il peut même arriver qu'il soit impossible de faire tourner le cylindre, quelle que soit la torsion que l'on donne au fil.

» Les expériences ont été faites avec trois fils de platine dont les constantes de torsion étaient 11, 18,3 et 185; les résultats obtenus ont été les mêmes avec chacun d'eux.

» J'ai répété l'expérience avec la même dissolution de gélatine que j'empêchais de se prendre par l'addition de quelques gouttes d'acide sulfurique. Ici, quel que fût le temps pendant lequel on laissait reposer, la solution restait parfaitement fluide; quelque petit que fût l'angle de torsion donné au fil, on constata toujours que la rotation du cylindre était égale à l'angle de torsion du fil.

» Des résultats analogues furent obtenus avec l'huile d'olives et l'huile de ricin.

» *Exemple.* — Huile de ricin (1° du cylindre = 15 divisions micrométriques).

Torsion du fil.	Temps en minutes.	Angle de rotation du cylindre.
$\frac{1}{2}$ degré	0	0
	5	1 division micrométrique
	8	3
	13	5
	30	7
	40	7 $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2}$ degré

» Ces expériences démontrent que, si la rigidité existe, elle n'obéit pas à la loi de M. Schwedoff. En outre, il n'y a pas lieu de considérer une *déformation active* pour ces liquides. Comme ils présentent le phénomène de double réfraction par déformation, tout comme la première solution de gélatine, la biréfringence ne peut donc s'expliquer par la déformation active.

» Quant à la solution de gélatine employée par M. Schwedoff, on ne peut la considérer comme un véritable liquide; ses propriétés se modifient notablement avec le temps. M. de Metz ([1]) avait déjà constaté que son coefficient de compressibilité varie avec le temps ([2]). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'anhydride acétique sur le linalol; transformation en géraniol.* Note de M. G. **Bouchardat**.

« Il y a déjà un certain temps, M. Barbier a annoncé que l'anhydride acétique, réagissant sur le licaréol, $C^{20}H^{18}O^{2}$, extrait de l'essence de licari kanali par M. H. Morin, donnait des éthers dont la saponification séparait un alcool distinct du licaréol par son point d'ébullition, de 25° plus élevé. Depuis, M. Barbier est revenu sur l'étude de ce composé qu'il désigne sous le nom de *licarhodol* ([3]).

» J'étais arrivé, depuis longtemps déjà, à des résultats identiques en partant d'un *linalol* ou licaréol retiré par moi de l'essence d'aspic (*Lavandula spica*) et ayant toutes les propriétés du licaréol de M. H. Morin ([4]). J'ai attendu pour publier mes résultats que M. Barbier ait terminé ses Communications. Le linalol, traité à la température ordinaire par l'anhydride acétique, s'y combine et paraît donner l'éther correspondant, régénérant le linalol primitif. L'action est lente et incomplète. Dès que la température s'élève et est maintenue un certain temps de 100° à 120°, le pouvoir rotatoire disparaît; il y a union mais en même temps il se produit une transformation en éther acétique nouveau, dérivant d'un nouvel alcool ainsi que l'a constaté M. Barbier de son côté.

([1]) *Annales de Wiedemann*, t. XLI, p. 663; 1890.

([2]) Ce travail a été exécuté au laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Nancy.

([3]) Ph. Barbier, *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 674; t. LCXVI, p. 883, 993, 1062, 1200.

([4]) H. Morin, *Ann. de Ch. et de Phys.*, [5], t. XXV, p. 427.

» On doit purifier cet éther par des distillations sous pression très réduite, c'est-à-dire à basse température. Par distillation à l'air ou par le maintien prolongé de l'éther à température élevée on le transforme en carbure $C^{20}H^{16}$ et en produits ne distillant plus qu'au-dessus de 250° dans le vide ou à la pression normale et en se détruisant. Ce dérivé, traité à 100° par la potasse alcoolique, fournit un acide ou un composé phénolique complexe, dont le sel de potasse a les propriétés des savons d'acides gras ou résineux. Ses solutions sont précipitées par l'addition de solutions salines; elles émulsionnent les matières grasses. Ce composé n'a pu être obtenu assez pur pour l'analyse.

» L'éther acétique que l'on obtient du linalol bout de 120° à 125° sous pression de $2^{cc},5$. Sous une épaisseur de 10^{cm} il imprime au plan de polarisation une déviation sensiblement nulle, $+ 0°, 22'$, tenant à ce que le linalol employé et l'éther formé retenaient du camphre dextrogyre.

» Sa densité à 0° est de 0,9377 à 0,9467, chiffres plus élevés que ceux de M. Barbier et tenant à la présence de camphre dans notre produit et, croyons-nous, de licaréol dans l'autre. Cet acétate a une odeur très agréable que l'on retrouve dans l'essence de *Lavandula vera*.

» Saponifié par la potasse alcoolique à 100°, il nous a fourni un composé neutre $C^{20}H^{18}O^2$, bouillant de 226° à 231° sous la pression normale, en se décomposant un peu, totalement inactif sur la lumière polarisée; sa densité à 0° est de 0,9061. Il se combine à 4 équivalents de brome qu'il décolore instantanément comme le linalol, en donnant un corps cristallisé si l'on a opéré en évitant toute élévation de température, huileux en cas contraire. L'alcool a une odeur assez agréable de roses. L'acide chlorhydrique le transforme en un dérivé dichlorhydrique $C^{20}H^{18}Cl^2$ inactif, de densité $d_0 = 1,046$.

» Cet alcool a été trouvé par nous identique avec le *géraniol*, extrait de l'essence de géranium de l'Inde.

» Toutes les propriétés du géraniol étant incomplètement fixées, il nous a fallu nous livrer à un travail de contrôle long, dont la principale difficulté vient de la peine que l'on a à séparer le géraniol suffisamment pur. Le géraniol que nous avons eu avait une densité plus élevée que le linalol modifié, à cause de son mélange avec un peu de sesquitérébenthène. Il était à peu près inactif, lévogyre et donnait par le gaz chlorhydrique un dichlorhydrate bouillant de 150° à 160° sous une pression de $2^{cm},5$ en se décomposant sensiblement, tout comme le dichlorhydrate de linalol et de linalol modifié identiques.

» En raison de cette altérabilité, il est nécessaire de saturer le produit distillé par du gaz chlorhydrique pour avoir un corps propre à l'analyse, autrement on ne trouverait que 27 à 29 pour 100 de chlore, en outre, si l'on fait agir longtemps le gaz chlorhydrique sur le linalol, le linalol modifié ou le géraniol, ou si, après une série de distillations du chlorhydrate, on sature le produit à nouveau; on sépare ensuite le produit en deux corps de même composition, l'un bouillant de 125° à 130° sous 2^{cm} de pression et qui n'est autre que le dichlorhydrate de térébenthène ordinaire, le second bouillant vers 145° et 155° qui est le géraniol dichlorhydrique. Il y a dans cette action retour final au groupement terpilénique. MM. J. Bertram et H. Walbausch (¹) d'abord, par l'action de l'acide formique, M. Semmler (²), M. Barbier ensuite, par l'action de l'anhydride acétique à 150° sur le linalol, ont transformé ce dernier en terpilène.

» M. Delaire, qui a bien voulu examiner le linalol modifié, n'a pas hésité à l'identifier avec le géraniol par ses caractères organoleptiques.

» D'après nos expériences, le linalol ou licaréol modifié par l'éthérification paraît donc identique avec le géraniol, et, par suite, l'aldéhyde dérivant du linalol et obtenu par MM. J. Bertram et H. Walbausch, puis par M. Barbier, est identique avec le géraniol, d'odeur citronée, $d_0 = 0,898$. Le linalol comme le géraniol paraissent très répandus dans les essences naturelles. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Méthode générale pour l'analyse des beurres* (³). Note de M. **Raoul Brullé**, présentée par M. Schützenberger.

« La falsification des corps gras est devenue, comme on le sait, une pratique extrêmement répandue et le préjudice qu'elle cause à l'industrie laitière est si grand que les Pouvoirs publics, les Sociétés d'Agriculture et les Syndicats agricoles se sont efforcés de trouver des moyens de répression contre la fraude.

» Malheureusement les substances employées pour la falsification sont

(¹) J. Bertram et H. Walbausch, *Journ. für prak. Chem.*, t. XLV, p. 590.

(²) Semmler, *Deutsch. Ch. Ges.*, t. XXIV, p. 682.

(³) Les résultats fournis par cette méthode ont fait l'objet d'un rapport très circonstancié de M. Aubin, le distingué directeur du laboratoire de la Société des Agriculteurs de France. Ce rapport a été présenté à la Section d'Économie du bétail et d'industrie laitière.

elles-mêmes si variées qu'il a été impossible jusqu'ici de trouver un procédé suffisamment général pour qu'il puisse s'appliquer dans tous les cas. Les matières grasses étrangères ajoutées aux beurres sont tantôt d'origine animale (oléomargarine, graisse, etc.), tantôt d'origine végétale (huiles de graines, huiles d'olives).

» Tous ces différents cas de falsification peuvent être décelés par un ensemble de réactions qui m'ont été enseignées par une longue pratique.

» 1° La présence des huiles de graines dans les beurres se reconnaît par l'emploi du nitrate d'argent en solution alcoolique qui fournit des changements de coloration très caractéristiques lorsqu'il y a mélange. On chauffe dans un tube à essai 12^{cc} de beurre avec 5^{cc} de solution argentique à 25 pour 1000. L'examen microscopique des cristaux obtenus après refroidissement permet de reconnaître l'adultération par l'huile d'olives qui, seule, échappait à ce procédé;

» 2° Il est plus difficile de découvrir les graisses animales. Pour cela on chauffe au bain d'huile à 148°, 5^{cc} de beurre préalablement fondu et filtré, et placé dans une capsule à fond plat, de 7^{cm} de diamètre. Lorsque la matière atteint la température de 130° on y ajoute une pincée de pierre ponce pulvérisée et 8 gouttes d'acide nitrique fumant. On mélange et l'on chauffe pendant douze minutes environ. Cela fait on met à refroidir dans une pièce à 21°. Au bout d'une heure on procède à l'essai à l'*oléogrammètre*. Cet instrument se compose d'une tige verticale surmontée d'un large plateau et glissant dans un anneau fixé à un support. L'extrémité de la tige est appliquée sur la surface durcie de la matière refroidie. On place des poids sur le plateau jusqu'à ce que l'extrémité de la tige s'enfonce brusquement dans la matière : ces poids représentent la résistance à l'oléogrammètre du beurre examiné. Les résultats obtenus sont assez surprenants.

» En effet, si l'échantillon est un beurre pur, l'enfoncement de la tige s'obtient avec une charge moyenne de 250^{gr}. La même expérience, faite avec de la margarine pure, exigerait 5000^{gr}. Les chiffres intermédiaires permettent d'évaluer avec une précision suffisante la proportion d'un mélange de margarine et de beurre : un poids de 900^{gr} à 1000^{gr}, par exemple, correspond à un beurre margariné à 10 pour 100.

» Lorsque les margarines contiennent des proportions notables d'huile de graines, les indications de l'oléogrammètre présentent des écarts assez grands, mais l'emploi du nitrate d'argent permet alors de trancher la difficulté, car les deux méthodes se complètent l'une l'autre.

» L'explication théorique de ces faits n'est pas encore connue. Proba-

blement que les variations observées dans les principaux cas proviennent d'une différence dans le degré d'oxydation que subissent les matières grasses sous l'influence de l'acide nitrique, les graisses animales s'oxydant plus fortement que les beurres et se transformant, par suite, en une matière solide, résistante, qui est peut-être de l'élaïdine. Les températures indiquées plus haut sont celles qui ont été fournies par l'expérience comme donnant les meilleurs résultats : elles n'ont pas été fixées empiriquement, comme on serait tenté de le croire à première vue.

» *Résultats.* — Plus de deux cents dosages ont été effectués, à l'aide de cette méthode, au laboratoire de la Société des Agriculteurs de France, sur des beurres de provenances extrêmement diverses, mais d'une pureté certaine, et sur des mélanges également variés avec des margarines de toute nature, et préparés par les soins d'une Commission spéciale (¹) qui surveillait rigoureusement les opérations. Les résultats énoncés d'après les analyses ont toujours été conformes à la vérité, ce qui démontre jusqu'à l'évidence l'importance de cette méthode d'analyse des beurres. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur la physiologie de l'Ecrevisse.* Note de M. L. CUÉNOT, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Cette Note est un résumé des résultats obtenus par des méthodes nouvelles ou peu employées sur divers points intéressants de la physiologie du foie et du tube digestif de l'Écrevisse (*Astacus fluviatilis* Rond., var. *nobilis*).

» *Absorption intestinale.* — Pour déterminer le point où sont absorbés les produits de la digestion, j'ai donné à des Écrevisses de la nourriture colorée par diverses couleurs d'aniline ou mélangée à de la graisse. Il existe deux organes absorbants : 1° le foie, surtout aux extrémités des cœcums, est chargé de l'absorption des corps solubles (peptone, sucre, etc.); 2° l'intestin moyen [*Mitteldarm* de Frenzel (²)], court segment qui suit l'estomac, est chargé de l'absorption des graisses.

» Après digestion de viande colorée, on constate que les cœcums hépa-

---

(¹) MM. Maurice Boucherie et Jules Le Conte, présidents de cette Commission, qui, depuis plusieurs années, étudient avec le plus grand soin et sans se laisser décourager par les difficultés et les insuccès toutes les méthodes proposées pour l'analyse des beurres, ont bien voulu se charger du soin d'organiser et de contrôler toutes les expériences.

(²) FRENZEL, *Ueber den Darmcanal der Crustaceen nebst Bemerkungen zur Epithelregeneration* (*Arch. mikr. Anat.*, Bd. 25, p. 137, 1885).

tiques sont remplis d'un liquide renfermant en dissolution la matière colorante ([1]), sans aucune particule solide, les matières non digérées, au contraire, continuant leur route à travers l'intestin; c'est donc à travers l'épithélium du foie que passent dans le sang les produits nutritifs, dont la matière colorante retrace fidèlement la route. Presque toutes les couleurs employées sont arrêtées au passage et ne franchissent pas la paroi épithéliale des cœcums, celle-ci exerçant un choix, une *fonction d'arrêt*, comme le foie des Vertébrés et celui des Gastéropodes pulmonés; cependant la vésuvine, comme l'a reconnu C. de Saint-Hilaire, traverse cette paroi et passe dans le sang, ce qui ne peut laisser aucun doute sur le rôle absorbant du foie.

» La graisse, émulsionnée et en partie saponifiée par le liquide stomacal, suit une marche toute différente; elle passe dans l'intestin moyen (y compris sa bosse dorsale connue sous le nom de *cœcum*) et est absorbée par ses cellules sous la forme de fines gouttelettes. On sait d'ailleurs que cet épithélium, entièrement dépourvu de cuticule chitineuse (Frenzel), est tout à fait semblable à celui de l'intestin grêle des Vertébrés; les figures observées lors de l'absorption des graisses sont absolument identiques à celles si souvent décrites chez ces derniers.

» *Cornet pylorique; glandes intestinales.* — On sait que l'armature chitineuse de l'estomac se termine, au contact de l'intestin moyen, par une sorte de cornet conique (*valvule pylorique dorsale*), attaché à la face dorsale de l'estomac, et qui pend jusque dans l'intestin terminal. Ce cornet n'est pas une valvule qui empêche les excréments de refluer dans l'estomac, comme le disent tous les auteurs (Huxley, Mocquard); il n'y a qu'à pousser une injection par l'anus pour se convaincre que la route est parfaitement libre. Tandis que les graisses semi-fluides et les liquides filent dans l'intestin moyen, les matières solides non digérées s'engagent dans le cornet et tombent directement dans l'intestin terminal; par ce procédé, l'épithélium si délicat du premier n'a pas à craindre de contacts trop rudes. Au point de vue physiologique, ce cornet pylorique est donc tout à fait analogue à l'entonnoir (*Tricther*) étudié surtout par Schneider ([2]) chez de

---

([1]) C. DE SAINT-HILAIRE, *Sur la résorption chez l'Écrevisse* (*Bull. Acad. roy. de Belgique*, 3e série, t. XXIV, p. 506, 1892). Il a constaté aussi, mais sans en tirer de conclusions positives, que « si l'Écrevisse digère d'une manière normale des muscles colorés au carmin, le suc entre dans les tubes du pancréas tout rouge. »

([2]) SCHNEIDER, *Ueber den Darmcanal der Arthropoden* (*Zool. Beiträge*; Bd. 2, p. 82; 1890).

nombreux Insectes; il est compréhensible que chez l'Écrevisse, l'entonnoir ne seprolonge pas jusqu'aux environs de l'anus, comme chez les Insectes, puisque l'intestin terminal est revêtu, sur toute sa longueur, d'une épaisse cuticule chitineuse.

» Vitzou (1) et Frenzel ont décrit, chez divers Décapodes, des *glandes intestinales*, dont ils n'ont pas précisé la place; d'après ce dernier, elles manqueraient chez l'Écrevisse. Au confluent de l'intestin moyen et de l'intestin terminal, j'ai trouvé (*Astacus, Maïa squinado* Rond.) un amas circulaire de glandes sphériques, dont les fins canaux excréteurs débouchent juste au confluent des deux segments précisés. Chez l'Écrevisse, ce sont les seules glandes que j'ai vues dans l'intestin.

» *Fonction régulatrice du foie.* — Les expériences de Dastre et Loye (2), d'Hamburger (3), etc., ont montré que lorsque l'on introduit dans l'organisme d'un Mammifère une certaine quantité d'eau (par injection veineuse), le liquide injecté est éliminé très rapidement et tel quel par le rein en première ligne, puis par l'intestin, parfois aussi par les glandes salivaires et lacrymales : ce mécanisme régulateur tolère la pénétration d'une certaine quantité d'eau dans l'économie et rejette tout excédent en dehors. Il existe une disposition analogue chez l'Écrevisse : les petites quantités d'eau ($\frac{1}{3}$ de centimètre cube) sont enlevées entièrement par les reins, mais lorsque l'on atteint 1^{cc} (en une ou plusieurs injections), le rein ne suffit plus, et une quantité très notable d'eau est absorbée par les cœcums hépatiques, passe dans l'estomac et de là au dehors. Il est facile de mettre le fait en évidence en colorant l'eau par une substance quelconque que l'on retrouve alors dans le tube digestif, ce qui n'arrive jamais, je le répète, lorsque l'on n'injecte qu'un tiers de centimètre cube (4).

» Le foie des Crustacés Décapodes, outre la sécrétion des ferments digestifs et l'accumulation des produits de réserve (glycogène, graisse), joue donc un rôle important : 1° comme lieu d'absorption des produits

(1) Vitzou, *Recherches sur la structure et sur la formation des téguments chez les Crustacés Décapodes* (*Arch. Zool. exp.*, 1re série, t. X, p. 45; 1882).

(2) Dastre et Loye, *Nouvelles recherches sur l'injection de l'eau salée dans les vaisseaux* (*Arch. de Physiol.*, 5e série, t. I, p. 253; 1889).

(3) Hamburger, *Sur une propriété nouvelle des hématies* (*Revue générale des Sciences*, 30 janvier 1893).

(4) C'est ce phénomène d'élimination de l'eau qui a fait croire à C. de Saint-Hilaire que le foie de l'Écrevisse excrétait certaines couleurs d'aniline injectées dans le sang; dans ses expériences, il avait probablement dépassé la quantité supportable.

solubles de la digestion; 2° comme régulateur de la composition du sang, au point de vue de sa teneur en eau ([1]). »

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Mécanisme du processus hyperplasique dans les tumeurs épithéliales. Applications* ([2]). Note de M. **Fabre-Domergue**, présentée par M. A. Chauveau.

« Dans une Communication à la Société de Biologie (20 février 1892) j'ai émis l'opinion (et mes observations ultérieures m'ont encore affermi dans cette manière de voir) que le processus hyperplasique par lequel prennent naissance les néoplasmes épithéliaux dépendait du sens de la direction de la cellule épithéliale; que dans les épithéliums de revêtement comme dans les épithéliums glandulaires normaux, l'axe de division cellulaire était toujours perpendiculaire à la couche basilaire, le plan de division toujours parallèle à cette couche et qu'enfin le mécanisme tout entier du processus néoplasique résultait uniquement des modifications anormales de la direction des plans de division cellulaire. Ces modifications anormales vont en s'accentuant du papillome à l'épithéliome embryonnaire pour les tumeurs émanant des épithéliums de revêtement, de l'adénome au carcinome pour celles qui dérivent des épithéliums glandulaires. Par leurs transitions insensibles, elles montrent bien que les tumeurs épithéliales ne sont que les manifestations à des degrés divers d'un seul et même processus hyperplasique.

» Mes recherches, commencées depuis trois ans, ont porté principalement sur les pièces provenant du service de mon maître, M. le prof. Le Dentu, et dont le nombre s'élève à plus d'une centaine. Tous mes matériaux d'étude ont été fixés à l'état frais par le liquide chromo-acéto-osmique de Flemming, coupés à la paraffine et colorés soit par la safranine (méthode d'Henneguy), soit par le violet de gentiane (méthode de Gram).

» Sur les coupes perpendiculaires des diverses variétés de tumeurs que j'ai examinées, on peut constater facilement les figures de division cellulaire et le sens de leur direction; l'on peut voir les fuseaux achromatiques des cellules basilaires du papillome s'implanter pour ainsi dire sur la membrane limitante de la couche épidermique, les cellules en division

---

([1]) Travail du laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Nancy.

([2]) Travail du laboratoire de clinique chirurgicale de l'Hôpital Necker.

de l'épithélium lobulé s'orienter autour de centres plus ou moins espacés, etc. Le fait est d'ailleurs assez facile à vérifier pour qu'il suffise de le signaler à l'attention des observateurs qui pourront trouver là des éléments assez précis de diagnostic histologique des tumeurs épithéliales.

» Si l'on reconnaît la réalité du mécanisme cytodiérétique, l'on se trouve, par là même, conduit à admettre que nous possédons la connaissance non pas de la cause première, mais de la cause seconde de l'hyperplasie épithéliale. Or, dans le cas particulier, la cause seconde n'étant que la manifestation tangible d'une force inconnue ou cause première, ne peut-on espérer agir sur celle-ci en agissant sur ses manifestations? En d'autres termes, ne pourrait-on, en modifiant l'orientation de division des cellules d'un néoplasme, ramener cette orientation à la normale sans pour cela connaître la cause qui produit la désorientation?

» Un certain nombre d'observateurs ont déjà reconnu la possibilité d'agir sur le sens de la direction cellulaire. M. L. Lortet, agissant sur les spermaties des lichens et des champignons, MM. d'Arsonval, R. Dubois, expérimentant sur les microbes, Verwonn sur les infusoires, Hertwig sur des œufs d'invertébrés, ont constaté l'influence de divers agents parmi lesquels figure en première ligne l'électricité. La cellule s'oriente longitudinalement dans le sens du courant qui la traverse. Elle obéit en cela aux mêmes lois qui régissent les corps inertes et il est permis de présumer que l'action directrice s'exerce sur elle non seulement en tant qu'ensemble mais aussi sur chacune des molécules organiques qui la constituent.

» La loi du mécanisme cytodiérétique des tumeurs telle que je l'ai établie l'année dernière et telle que je la confirme aujourd'hui présente donc, outre son intérêt intrinsèque, une portée beaucoup plus générale et qui est subordonnée au développement futur des recherches sur les applications de l'énergie à la direction de l'orientation cellulaire. En l'état actuel de nos connaissances sur le sujet, l'on peut déjà en prévoir, sinon les applications thérapeutiques, du moins l'établissement d'un nouveau plan de recherches basé sur le rapport que je viens d'indiquer.

» Je laisse bien entendu de côté l'hypothèse de l'étiologie parasitaire dite *coccidienne* qui, étant donnée d'une part l'absence complète de caractères spécifiques assignés par ses partisans à leurs pseudo-parasites, étant données d'autre part les nombreuses formes de transition qu'il m'a été permis de constater entre ceux-ci et la cellule épithéliale néoplasique, peut encore être considérée comme extrêmement problématique. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches sur les modifications de l'excrétion de l'urée au cours de certaines maladies chirurgicales et surtout après les grandes opérations. Conséquences au point de vue de la thérapeutique et des soins consécutifs aux opérations.* Note de M. **Just Championnière**, présentée par M. Guyon.

« Dans l'étude des maladies chirurgicales, on a cherché à tirer des examens de l'urine des éléments de diagnostic et de pronostic. En outre des grandes cachexies albuminuriques et diabétiques, on a pensé trouver dans la détermination du taux de l'urée un secours précieux pour le diagnostic. La diminution de l'urée chez les sujets atteints de cancers viscéraux a même paru, à certains chirurgiens, constituer un signe pathognomonique de ces cancers.

» Depuis six années, j'ai fait étudier régulièrement tous les grands opérés de mon service. Antérieurement, j'avais fait faire cette étude pour certains d'entre eux seulement et les conclusions qui suivent, obtenues après plusieurs centaines d'examens, sont sensiblement différentes de celles admises jusqu'ici.

» La diminution du taux de l'urée, qui, du reste, s'accompagne habituellement d'une diminution parallèle de la quantité de liquide urinaire rendue, est bien loin de caractériser toujours les cancers viscéraux. On la trouve surtout dans les cas où ces cancers ont déjà déterminé une déchéance organique considérable; dans le cas où la santé générale est conservée, le taux est souvent voisin de la normale.

» Cette diminution m'a paru plus commune dans les cancers des ovaires que dans les autres cancers viscéraux. On peut voir dans ces cas l'urée quotidienne abaissée de 6^{gr} à 5^{gr}, même à 3^{gr}.

» Toutefois, même avec les cancers des ovaires, on peut trouver le taux de l'urée à peu près normal. J'ai depuis longtemps considéré cette condition comme favorable au point de vue opératoire. Ayant tenu compte de ce renseignement pour mes opérations, j'ai vu la mortalité si grave de ces sortes d'opérations faire place à des proportions de guérison véritablement satisfaisantes.

» Mais, si j'ai trouvé que bien des maladies malignes s'accompagnaient encore d'un taux d'urée assez élevé, j'ai pu constater que certaines maladies non malignes des ovaires s'accompagnaient fréquemment d'une diminution

extraordinaire du taux de l'urée. Ce sont surtout les petites lésions des ovaires, les ovarites à petits kystes désignées aussi sous le nom d'*ovarites scléro-kystiques*, qui ont présenté cette particularité. Dans ces cas l'abaissement du taux de l'urée témoigne d'une cachexie grave. Il nous fait comprendre que ces maladies des ovaires, que l'on considère d'ordinaire comme compatible avec la survie, détruisent la santé générale et mettent indirectement la vie en péril et méritent l'attention du médecin.

» Si, chez ces cachectiques, on veut faire impunément des opérations, soit l'ablation des ovaires malades, il faut, par des soins, par le repos, par le régime, faire se remonter, au moins passagèrement, ce taux de l'urée.

» *Augmentation de la décharge de l'urée après les grandes opérations.* — Quel que soit le taux primitif de l'urée dans l'urine aussitôt après l'opération, ce taux augmente dans d'extraordinaires proportions. C'est du premier au troisième jour après l'opération que se produit cette augmentation. Le maximum est ordinairement atteint le troisième jour, quelquefois le seeond. Cette élévation est d'autant plus remarquable qu'à ce moment on ne pourrait la mettre sur le compte des *ingesta*. L'opéré que je soigne est toujours à la diète dans cette période.

» Il est commun que le taux de l'urée soit triplé, il est souvent doublé. Si le chiffre était bas, il peut être proportionnellement énorme. Je l'ai vu passer de 5^{gr} à 25^{gr}. Dans un cas de chiffre premier plus normal, j'ai vu, chez une femme, après une fixation de l'utérus à la paroi abdominale, le chiffre de l'urée excrétée passer de 13^{gr} à 45^{gr} le troisième jour.

» En somme, il faut considérer cette élévation du taux de l'urée dans l'urine comme une conséquence directe des suites des opérations.

» Au bout de quelques jours ce maximum s'abaisse, le sujet revient au voisinage de la normale, et si on l'avait trouvé très cachectique avec des abaissements habituels de l'urée, à la suite de l'opération qui l'a guéri, on le retrouve avec des chiffres normaux après la guérison.

» J'ai ainsi retrouvé entre autres une femme, guérie par l'ablation d'ovaires à petits kystes, qui présentait 25^{gr} d'urée quotidienne, alors qu'au moment de l'opération on n'avait constaté que 7^{gr}, 8^{gr} ou 10^{gr} comme maximum.

» Cette décharge nécessaire d'urée peut être expliquée par l'ébranlement du système nerveux, soit par la résorption des épanchements sanguins, soit surtout par la résorption nécessaire d'éléments anatomiques nombreux compromis par le traumatisme.

» En tous cas, au point de vue de la pratique chirurgicale, elle demande un rein, sinon sain, du moins suffisant.

» Pour l'accomplissement de cette fonction, le rein doit être aidé dans la mesure du possible. Or le premier secours qu'on puisse lui donner, c'est de ne pas ajouter à ses nécessités d'élimination par l'administration des purgatifs. Cette administration, qui m'a toujours paru plus particulièrement précieuse dans la chirurgie abdominale, doit être faite après toutes les opérations.

» On revient ainsi, par suite d'une observation scientifique rigoureuse, à deux pratiques de la Chirurgie du passé, trop abandonnées de nos jours, la diète et les purgatifs dans les jours qui suivent les opérations.

» J'estime donc que l'examen du taux de l'urée doit précéder et suivre toutes les opérations. Il donne de précieuses indications sur l'état de la santé générale du sujet et sur certaines préparations qu'il est nécessaire de lui faire subir.

» Cet examen nous apprend aussi que l'opéré étant tenu de consommer une partie de lui-même, il n'y a pour lui aucune nécessité d'alimentation immédiate. Au contraire, cette alimentation peut être pernicieuse.

» D'après certains faits que j'ai observés, il y aurait intérêt à étudier chez les sujets à opérer non seulement ceux qui présentent une diminution de l'urée, mais aussi ceux qui en présentent un excès. J'ai vu survenir certaines complications opératoires chez des sujets qui, avant toute opération, avaient eu dans l'urine des excès considérables d'urée. »

La séance est levée à 4 heures un quart. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 29 mai 1893.

Clinique chirurgicale, par A. Richet, professeur de Clinique chirurgicale à la Faculté de Médecine de Paris, chirurgien de l'Hôtel-Dieu, Membre de l'Institut, de l'Académie de Médecine et de la Société de Chirurgie. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1893; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Verneuil.)

Essai de statique végétale. La racine considérée comme un corps pesant et flexible, par Augustin Letellier, docteur ès Sciences, chargé du cours d'Histoire naturelle au lycée de Caen. Caen, Lanier, 1893; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Duchartre.)

Annales agronomiques, publiées sous les auspices du Ministère de l'Agriculture, par M. P.-P. Dehérain, Membre de l'Institut et de la Société nationale d'Agriculture, etc. Tome XIX, n° 5. Paris, G. Masson, 1893; 1 fasc. in-8°.

Anatomie de l'utérus pendant la grossesse et l'accouchement. Section vertico-médiane d'un sujet congelé au sixième mois de la gestation, par MM. L. Testut et Em. Blanc. Paris, O. Doin, 1893; 1 vol. gr. in-f°. (Présenté par M. Bouchard. Renvoyé au concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon. Tomes XXVII, XXVIII; 3e série, tome I. Paris, J.-B. Baillière; Lyon, Ch. Palud; 3 vol. gr. in-8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon. 6e série, tomes IV et V, 1891-1892. Lyon, Rey et Georg; Paris, J.-B. Baillière et fils, 1892-1893; 2 vol. gr. in-8°.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 4e série, tomes I et III. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 2 vol. in-8°.

Mémoires de la Société nationale d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers (ancienne Académie d'Angers). 4e série, tome VI (année 1892). Angers, Lachèse et Cie; 1 vol. in-8°.

Discovery of the exact site of Asoka's classic capital of Pataliputra, the Palibothra of the Greeks and description of the superficial remains, by L.-A. Waddell, M. B. Calcutta, 1892; 1 vol. gr. in-4°.